



Università di Pisa

Corso di laurea magistrale in geofisica applicata e di esplorazione

Tesi di laurea magistrale

Il giroscopio laser come sensore di rotazioni:
simulazioni e attività sperimentale

Candidato

Andreino Simonelli

Controrelatore

Dr. Simone Capaccioli

Relatore

Chia.mo Prof. Nicolò Beverini

Co-Relatore

Dr. Jacopo Belfi

Anno Accademico 2013/2014

Indice

Introduzione	7
1 Modello dinamico di un ring laser	8
1.1 Cenni all' effetto Sagnac	8
1.2 La rilevazione del segnale nell' esperimento	10
1.3 L' equazione di Adler	11
1.4 Integrazione numerica dell' equazione di Adler	13
1.4.1 I metodi Runge-Kutta	13
1.5 Correzione della risposta strumentale	14
1.5.1 Limiti legati all' analisi del segnale di interferenza con il se- gnale analitico	15
1.5.2 Inversione dell' interferogramma	17
1.6 Conclusioni sulla parte di simulazione e inversione	17
1.7 Risultati delle simulazioni	18
1.7.1 Il caso ideale con $l = 0, f = f(t)$	18
1.7.2 Il caso $l \neq 0$ e f costante	18
1.7.3 I casi con $l \neq 0$ costante nel tempo e $f = f(t)$	21
1.7.4 Il caso $l = l(t)$ e $f = f(t)$	25
1.7.5 Simuliamo la risposta a un terremoto reale	25
2 Descrizione dell' apparato GP2	29
2.1 Setup meccanico	30
2.1.1 Il sistema per il vuoto	30
2.2 Setup ottico	31
2.3 Procedura di allineamento	31
2.4 Il mezzo attivo	32
2.5 Sistema di scarica	32
2.6 Elettronica e sistema di acquisizione	34
2.6.1 Catena di acquisizione e sistema PXI	34

2.6.2	Sistema di stabilizzazione dell' intensità laser	35
2.7	L' apparato sismometrico	38
3	Analisi dei dati e applicazione del modello	41
3.1	Metodi per correggere i dati simulati	41
3.2	Applicazione ai segnali reali	43
3.3	Analisi di un segnali di rotazione sismica	49
3.3.1	L' evento sismico Mw 6.9 dell' Egeo	49
3.3.2	L' analisi di correlazione	53
3.3.3	L' evento sismico M7.9 Little Sitkin Island, Alaska del 23/6/2014	54
	Conclusioni	57
A	Equazioni per un ring laser	58

Elenco delle figure

1.1	Schema di principio dell'effetto Sagnac	9
1.2	Schema della procedura di correzione dei dati strumentali: La $\Psi(t)$ rappresenta la fase calcolata numericamente, la $\psi(t)$ rappresenta la fase recuperata dall'interferogramma calcolato dalla fase $\Psi(t)$	15
1.3	Lato ring laser 0.47m, frequenza di lock-in 52 Hz , $f_{\oplus}=55.3$ Hz, $\lambda = 632.8nm$	19
1.4	PSD della frequenza istantanea di 1.3	20
1.5	Andamento della fase nel tempo per il RL di 0.47 m	20
1.6	La linea rossa rappresenta la frequenza media in funzione del lato, l'errore rappresenta il valore picco picco della frequenza istantanea, la linea rossa il valore aspettato in assenza di back scattering	21
1.7	Frequenza istantanea e $f(t)$ per il giroscopio di 0.6m	22
1.8	Analisi tempo-frequenza della Frequenza istantanea raffigurata in fig. 1.7	23
1.9	Frequenza istantanea e $f(t)$ per il giroscopio di 1.2m	23
1.10	Analisi tempo frequenza della frequenza istantanea raffigurata in fig. 1.9	24
1.11	Frequenza istantanea, analisi tempo frequenza e andamento temporale di $l(t)$	27
1.12	La componente di rotazione z calcolata	28
1.13	Il terremoto di Loma Prieta per come sarebbe stato visto da un gyrolaser di lato 1 m, la forma d'onda intera e un dettaglio	28
2.1	L' apparato GP2	29
2.2	Il setup ottico del beam combiner	33
2.3	Uno dei cinque diaframmi appositamente realizzati per l'allineamento, si noti lo spot verde del laser di allineamento.	34
2.4	Il capillare di scarica e gli elettrodi per la scarica capacitiva	34

2.5	Il capillare e il cage system per regolarne la posizione	35
2.6	GP2	36
2.7	Un' altra visione dell' apparato in cui si nota il basamento di cemento inclinato	37
2.8	L' unità PXI che alloggia le varie schede GPS e di conversione analo- gico digitale	38
2.9	Particolare di una torretta in cui si nota il piano d' acciaio per il posi- zionamento delle ottiche e la finestra ottica al cui interno si intravede il porta specchi	39
2.10	Il capillare e il sistema di supporto	39
2.11	Il sismometro	40
3.1	Lato ring di 0.7 m,i confronti tra IF numerica e metodi di recupero della $f(t)$ applicati sono descritti in legenda	42
3.2	Distribuzione degli scarti fra f ricostruita e f iniziale	42
3.3	Un frammento di interferogramma, sopra il dato grezzo e sotto rap- presentazione dei picchi e degli zeri trovati	44
3.4	La fase arrotondata dopo l' applicazione del $\cos \psi$	44
3.5	La fase ψ dopo il procedimento di "srotolamento"	45
3.6	Applicazione della correzione alla frequenza istantanea ottenuta dall' Arcocoseno, in alto il dato corretto	46
3.8	Ottimizzazione dei parametri del fit per IF da \cos^{-1}	46
3.7	Applicazione della correzione alla frequenza istantanea ottenuta tra- mite recupero della fase dal segnale analitico, in alto il dato corretto .	47
3.9	Ottimizzazione dei parametri del fit per IF da segnale analitico	47
3.10	La localizzazione dell' evento e la mappa degli spostamenti (da USGS)	50
3.11	Componente rotazionale del sisma dell Egeo analizzata con i tre di- stinti metodi	51
3.12	Le tre componenti di accelerazione del sisma dell' Egeo	51
3.13	Analisi tempo-frequenza delle tre componenti di fig. 3.12	52
3.14	Analisi tempo frequenza della componente rotazionale del sisma dell' Egeo stimata col metodo della demodulazione della portante	52
3.15	ZLCC tra componete rotazionale e accelerazione in direzione Nord . .	53
3.16	ZLCC tra componete rotazionale e accelerazione in direzione Est . . .	54
3.17	ZLCC tra componete rotazionale e accelerazione in direzione verticale	54
3.18	La localizzazione geografica del sisma	55
3.19	La componente rotazionale rivelata del sisma delle isole Aleutine . . .	56
3.20	Analisi Tempo-Frequenza della componente rotazionale	56

Introduzione

I Giroscopi laser sono in grado di rilevare la velocità di rotazione relativa della loro cavità rispetto a un sistema inerziale. Queste caratteristiche li rendono strumenti interessanti sia per applicazioni geodetiche che sismologiche e aprono la strada a una nuova e relativamente recente branca della geofisica che è la sismologia rotazionale. Grazie ai grandi giroscopi laser che sfruttano l'effetto Sagnac è stato possibile per la prima volta misurare segnali rotazionali provenienti da sorgenti telesismiche come mostrato in [1] [2],[3], . La motivazione che spinge a studiare i moti di rotazione in sismologia è guidata da diversi deficit e questioni aperte. Prima di tutto si deve riconoscere che le osservazioni sismologiche standard sono contaminate da rotazioni. Un esempio sono gli eventi di traslazioni forti. Inclinalazioni ed accelerazioni orizzontali creano lo stesso tipo di segnale di misura e non possono essere discriminate senza un rilevamento affidabile delle rotazioni. L'integrazione combinata di spostamenti e rotazioni in tutti i 6 gradi di libertà può registrare il vero movimento della posizione del sensore durante un terremoto. Il principio di funzionamento di un ring laser sfrutta l'effetto Sagnac: una rotazione causa una differenza nella lunghezza della cavità "vista" da due onde contro-propaganti all'interno di essa. Nel giroscopio laser questa differenza si traduce in una differenza nella frequenza ottica tra i due fasci contro propaganti. Questa differenza di frequenza risulta in prima approssimazione proporzionale al flusso del vettore velocità angolare attraverso l'area delimitata dal fascio laser. Un'analisi più' approfondita del sistema mostra tuttavia che il processo di back-scattering del fascio laser sugli specchi di cavità causa un accoppiamento tra i due modi contro propaganti. Questo costituisce un limite alla sensibilità nonché all'accuratezza della misura dei segnali rotazionali. Ci proponiamo di studiare il fenomeno e di correggerne gli effetti sul dato sperimentale, nel caso particolare di rotazioni indotte da cause sismiche. Il lavoro di tesi si articola in tre parti, la prima riguarda un modello teorico che predice il comportamento del giroscopio laser in presenza di back scattering; la seconda di tipo sperimentale e una terza di analisi dati e considerazioni sull'applicazione del modello sviluppato nella prima parte ai dati sperimentali ottenuti dall'apparato descritto nella seconda parte. La prima

parte prende in esame l' apparato teorico che descrive la dinamica del giroscopio laser nell' approssimazione di mezzo attivo reciproco ed estende quest' ultima al caso di segnali rotazionali variabili nel tempo. In questo caso si è proceduto ad una soluzione numerica implementata in ambiente Matlab, che ha portato a sviluppare una fenomenologia completa, all' interno delle approssimazioni effettuate, della risposta strumentale del giroscopio laser in presenza di rotazioni di frequenza e ampiezza qualsiasi. Lo schema di analisi che porta alla soluzione numerica, indica un metodo diretto per la correzione degli effetti strumentali dovuti al back scattering. Si dimostra quindi come questo metodo sia efficace a livello teorico-numerico per il recupero del dato relativo al segnale rotazionale. Si è poi confrontato il metodo sviluppato con altri metodi standard noti in letteratura per questo tipo di problemi. Nella seconda si descrive l' attività sperimentale svolta presso i laboratori di Fisica e presso la camera pulita dei laboratori dell' INFN presso San Piero a Grado, sede in cui è stato realizzato un giroscopio laser denominato GP2. Le fasi di montaggio e le tecniche sperimentali che hanno portato alla rilevazione del segnale di Sagnac dovuto al moto di rotazione terrestre sono descritte nei particolari. Nella terza parte vengono presi in esame i dati sperimentali dell' apparato GP2 al fine di darne una prima caratterizzazione, viene inoltre riportata l' analisi di due eventi telesismici registrati dal nostro apparato durante il periodo di svolgimento di questo lavoro e confrontati con i dati sismometrici rivelati da un sismometro triassiale Guralp CMG-3ESPD a larga banda. Infine si è applicato il metodo di correzione del back scattering ai dati sperimentali, mettendone in luce le potenzialità e i limiti dovuti sia alle assunzioni fatte che al rumore strumentale.

Modello dinamico di un ring laser

1.1 Cenni all' effetto Sagnac

Il principio base del funzionamento di un ring laser è il cosiddetto effetto Sagnac. Questo è stato discusso da Sagnac nel 1913 quando ha considerato l'uso di un interferometro ad anello come sensore di rotazione [4]. Una trattazione rigorosa dell'effetto Sagnac comporta la teoria generale della relatività, tuttavia, può essere ottenuto un risultato classico, corretto al primo ordine in $\frac{v}{c}$, dove c è la velocità della luce. Qui di seguito presentiamo l' effetto classico. L'effetto Sagnac può essere facilmente compreso considerando un interferometro circolare ideale di raggio R , illustrato nella fig. 1.1. La luce entra nell' interferometro al punto A ed è divisa da un beam splitter in due fasci contro propaganti. Ogni fascio viaggia lungo l'anello in senso orario (CW) o antiorario (CCW). Se l'interferometro non ruota, i raggi di luce si ricombinano in A dopo un tempo $t = 2\pi R/c$. Invece, quando il sistema è in rotazione con velocità angolare Ω , attorno ad un asse passante per il centro e perpendicolare al piano dell'interferometro, i due fasci si ricombinano in tempi diversi.

Scrivendo i tempi di transito per il fascio orario e antiorario.

$$t_{\pm} = \frac{2\pi R}{c} \left(1 \mp \frac{R\Omega}{c} \right) \quad (1.1)$$

Prendendone la differenza e sviluppando al primo ordine in $\frac{R\Omega}{c}$ si ottiene

$$\Delta t = \frac{4\pi R^2 \Omega}{c^2 - (R\Omega)^2} \approx \frac{4\pi R^2 \Omega}{c^2} \quad (1.2)$$

dove l' approssimazione fatta è sicuramente valida nel nostro caso. La differenza di cammino ottico quindi si scrive come

$$\Delta L = c\Delta t = \frac{4\pi R^2 \Omega}{c} \quad (1.3)$$

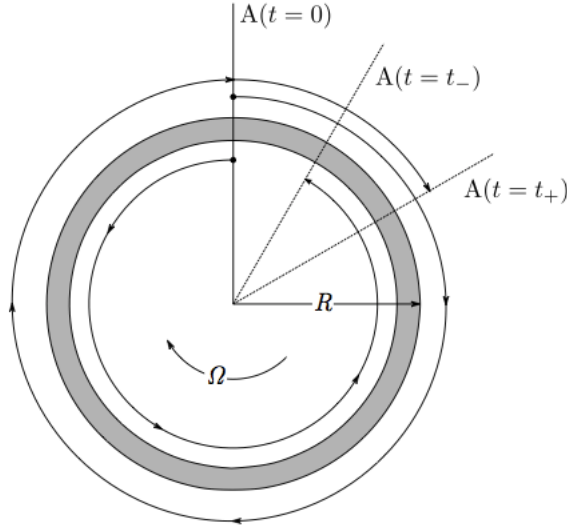


Figura 1.1: Schema di principio dell'effetto Sagnac

tale equazione si generalizza al caso di configurazioni qualsiasi così:

$$\Delta L = 4 \frac{\vec{\Omega} \cdot \vec{A}}{c} \quad (1.4)$$

dove la \vec{A} è il vettore area orientata. La presenza del fattore c al denominatore rende, per le rotazioni di nostro interesse, il valore di ΔL molto inferiore alla lunghezza d'onda della luce. Questa difficoltà si supera o con i Gyrolaser in fibra (FOG) in cui la presenza di fibre ottiche anche chilometriche rende più realizzabile la rilevazione della differenza di fase oppure, come nel nostro caso, con Gyrolaser a cavità attiva in cui la sopra menzionata difficoltà si supera nel modo che brevemente descriveremo. Una cavità risonante ad area non nulla viene riempita con un mezzo attivo, che nel nostro caso è costituito da una miscela di gas He:Ne. In questa configurazione una differenza di cammino ottico per i due fasci si traduce in una differenza di frequenza della luce. Una cavità risonante può amplificare la luce (laser) solo se nella lunghezza della cavità stessa L vi è un numero intero di lunghezze d'onda λ . In una cavità lineare i modi all'interno della cavità stessa sono onde stazionarie, nel caso di una cavità ad anello abbiamo due onde che viaggiano in versi opposti indipendenti fra loro e che possono laserare su modi diversi con intensità diverse. Nel nostro caso le frequenze ottiche dei due fasci sono

$$\omega_{\pm} = \frac{2\pi N c}{L_{\pm}} \quad (1.5)$$

con N un valore intero che indicizza il modo longitudinale della cavità ed L_{\pm} le lun-

ghezze effettive viste dai fasci. La differenza di frequenza per due fasci che laserano sullo stesso modo longitudinale è quindi:

$$f = 2\pi(\omega_+ - \omega_-) = 2\pi Nc \left(\frac{1}{L_+} - \frac{1}{L_-} \right) = 2\pi Nc \frac{\Delta L}{L^2} \quad (1.6)$$

da cui usando la 1.4 e la 1.5 ottengo l'equazione

$$f = 4 \frac{\vec{A} \cdot \vec{\Omega}}{L\lambda} \quad (1.7)$$

che è l'equazione che lega la frequenza di Sagnac alla rotazione per un ring laser.

La descrizione dell'effetto Sagnac presentata nel paragrafo precedente trascura alcune caratteristiche importanti dei giroscopi laser reali. In ogni laser ad anello, parte della radiazione di entrambi i fasci viene, anche se in piccola proporzione, riflessa nei rispettivi fasci contro propaganti, accoppiando le due onde. Backscattering può derivare da polvere, imperfezioni sulle superfici degli specchi ed elementi ottici come le finestre o anche dalla polvere nell'aria. Questo effetto è esaltato dalla presenza del mezzo attivo nella cavità. Uno degli effetti più evidenti del backscattering è il cosiddetto fenomeno del lock-in, che verrà descritto più avanti in maniera dettagliata. Questo è causa del fatto che sotto un regime minimo di rotazione che chiamiamo la Ω_{lock} di locking, il gyrolaser è insensibile alle rotazioni, fatto non previsto dalla 1.7.

1.2 La rilevazione del segnale nell'esperimento

Nell'esperimento, una piccola frazione di ciascun fascio controrotante esce per trasmissione dagli specchi. I due fasci vengono fatti interferire con le ottiche opportune di cui parleremo nel capitolo relativo al setup sperimentale. Il battimento che viene rivelato da un fotodiodo fissato nel sistema di riferimento rotante. L'intensità luminosa, monitorata nel tempo dal sensore, costituisce il segnale di uscita del giroscopio. Questo segnale è strettamente legato alla fase relativa fra i due fasci e possiamo scrivere, se supponiamo che le intensità dei due fasci siano uguali

$$|E_1 e^{i\omega_1 t} + E_2 e^{i\omega_2 t}|^2 = |E_1|^2 + |E_2|^2 + 2E_1 E_2 \cos((\omega_1 - \omega_2)t) \quad (1.8)$$

possiamo dire che il segnale rilevato è legato alla quantità che vogliamo conoscere tramite la

$$X(t) = \cos \psi(t) \quad (1.9)$$

questa realtà sperimentale pone il problema di quale sia la tecnica migliore per ricostruire la fase $\psi(t)$ partendo da $X(t)$

1.3 L' equazione di Adler

La dinamica di un ring laser in presenza di back scattering è stata studiata da numerosi studi teorici di cui i più importanti sono [5], [6] e [7]. Noi abbiamo voluto trovare il miglior compromesso tra semplicità del modello e attinenza alla realtà fisica del funzionamento del girolaser. Per noi il modello che può descrivere efficacemente un ring laser sottoposto a rotazioni non costanti nel tempo ed affetto da back scattering è descritto dalla seguente.

$$\frac{1}{2\pi} \frac{d\psi}{dt} = f(t) - l(t) \sin \psi \quad (1.10)$$

dove $\psi(t)$ è la differenza di fase fra i due fasci contropropaganti e $f(t)$ è un segnale di rotazione. La derivata rispetto al tempo della differenza di fase fra i due fasci contropropaganti dipende dalla $f(t)$ e da un termine oscillante periodico la cui ampiezza è modulata dal coefficiente di back scattering $l = l(t)$. Questo in generale dipende anch' esso dal tempo e oscilla in modo limitato ma casuale nei tempi di rilevazione di un segnale sismico. Il parametro l che per ora prendiamo come costante nel tempo, assume, come vedremo, il significato di una soglia che discrimina due regioni di funzionamento del giroscopio laser. La 1.10 ammette soluzione analitica nel caso di f e l indipendenti dal tempo. Se consideriamo l' equazione 1.10 nel caso in cui $f < l$ si mostra che la soluzione per la fase è data da

$$\psi = \frac{1}{2\pi} \arcsin \frac{f}{l} \quad (1.11)$$

cioè un valore praticamente costante. L' effetto Sagnac è soppresso e il giro-laser è insensibile alle rotazioni. Se $f > l$, l' equazione 1.10 ammette soluzione la seguente soluzione

$$\psi(t) = \frac{1}{2\pi} \arctan \left(\frac{l + p \tan(\pi p t)}{f} \right) \quad (1.12)$$

dove

$$p = \sqrt{f^2 - l^2} \quad (1.13)$$

nell' equazione 1.12 la soluzione $\psi(t)$ oscilla in modo periodico ma con un andamento non sinusoidale, come vedremo. Definiamo per ora la frequenza istantanea (IF) come

$$\nu(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d\psi(t)}{dt} \quad (1.14)$$

e applicando questa definizione alla 1.12 otteniamo l' espressione per la frequenza istantanea

$$\nu(t) = \frac{p^2}{f - l \cos 2\pi p t} \quad (1.15)$$

Riferendosi a [8] è possibile dare una stima che lega il lato del ring laser L con l , il parametro che pesa il termine non lineare in 1.10 dovuto al back-scattering, come

$$l \sim \frac{cs\lambda}{\pi dP} \quad (1.16)$$

dove s è la frazione di ampiezza di luce diffusa all' indietro, d è il diametro del fascio, P il perimetro della cavità c è la velocità della luce nel mezzo. Dalla 1.16 si capisce subito che avere ring laser più grandi e specchi migliori abbassa la soglia di lock-in. Per i moderni specchi speciali in cui la riflettività è meglio del 99,999 % per la frequenza del He-Ne la 1.16 si semplifica in $l \sim 10^2/P$ Hz. Con le assunzioni fatte fin ora è dunque possibile simulare la risposta strumentale di un ring laser operante in approssimazione di Adler per un segnale rotazionale indipendente dal tempo come mostra chiaramente l' equazione 1.12, dato che questo problema si risolve analiticamente. Quando si ha a che fare con segnali dipendenti dal tempo la soluzione analitica è ancora possibile solo per casi molto semplici. Facciamo ora alcune considerazioni sull' equazione 1.12 con riferimento a [9] Prendiamo il caso in cui il rate di rotazione dovuto, per esempio, alla rotazione terrestre Ω_{terra} sia modulato periodicamente ad una frequenza ω_{mod} con un ampiezza C . Omettiamo per semplicità nelle formule la relazione che lega il rate di rotazione Ω con la frequenza di Sagnac f che compare in 1.10, prendiamo quindi il fattore geometrico $(L/\lambda) = 1$. Con questa assunzione l' espressione per la frequenza di Sagnac diventa

$$f(t) = f_{terra} + C \cos(\Omega t) \quad (1.17)$$

che sostituita in 1.12 da luogo a

$$\frac{1}{2\pi} \frac{d\psi}{dt} = f_{terra} + C \cos(\Omega t) - l \sin \psi \quad (1.18)$$

osserviamo però che con la seguente sostituzione

$$y = \psi - \frac{C}{\omega} \sin(\Omega t) \quad (1.19)$$

otteniamo

$$\dot{y} = f_{terra} + l \sin \left(y + \frac{C}{\omega} \sin(\Omega t) \right) \quad (1.20)$$

cioè il caso in cui si abbia una rotazione costante modulata è equivalente ad avere una modulazione di fase nell' onda retro diffusa. Per completezza possiamo anche aggiungere il caso in cui il coefficiente di back scattering l sia dipendente dal tempo, in questo caso ottengo

$$\frac{1}{2\pi} \frac{d\psi}{dt} = f_{terra} + C \cos(\Omega t) - l(t) \sin \psi \quad (1.21)$$

In letteratura è trattato il caso 1.18 e risolto solo tramite un approccio perturbativo da [9],[10] e [11] quello che invece ci proponiamo è di risolvere numericamente la 1.12 per una rotazione qualsiasi in modo da avere un panoramica più ampia sulla questione della rilevazione di segnali rotazionali con giroscopi laser in approssimazione di Adler.

1.4 Integrazione numerica dell' equazione di Adler

L' equazione di Adler per come è formulata costituisce un problema di Cauchy ai valori iniziali del' prim' ordine non lineare e può essere efficacemente integrata con un metodo Runge -Kutta, sul quale, daremo solo alcuni dettagli.

1.4.1 I metodi Runge-Kutta

I metodi Runge-Kutta sono una famiglia di metodi iterativi, discreti. Il nostro scopo è quello di usarli per avere una approssimazione numerica della soluzione dell' equazione differenziale ordinaria 1.10 che più specificatamente costituisce un problema ai valori iniziali con coefficienti dipendenti dal tempo. Formalmente vogliamo trovare un' approssimazione della funzione $\psi(t)$ che verifichi il nostro problema di Cauchy

$$\begin{cases} \psi'(t) = g(t, \psi(t), l(t), f(t)) \\ \psi(t_0) = \psi_0 \end{cases} \quad (1.22)$$

in un insieme finito e discreto di punti $T = [t_0, t_f]$ in cui si considera il problema. Per fare ciò consideriamo una suddivisione dell' intervallo T uniforme, cioè un insieme di punti $\{t_i \mid i = 0 \dots n\}$ dove $t_i = t_0 + i\delta t$ e $\delta t = \frac{t_f - t_0}{n}$.

Il metodo numerico fornirà allora l' approssimazione dei valori $\psi(t_j)$. Per come è formulato il problema, risulta ovvio che l' accuratezza della soluzione dipende da quanto meglio si approssima il continuo, e quindi dalla densità di punti nell' intervallo di integrazione. Prendiamo il classico RK4 e scriviamo, prendendo un valore di $\delta t > 0$

$$\begin{aligned} \psi_{n+1} &= \psi_n + \frac{\delta t}{6} (\kappa_1 + 2\kappa_2 + 2\kappa_3 + \kappa_4) \\ t_{n+1} &= t_n + \delta t \end{aligned}$$

dove i coefficienti κ_i sono definiti da

$$\begin{aligned}\kappa_1 &= f(t_n, \psi_n) \\ \kappa_2 &= f\left(t_n + \frac{\delta t}{2}, \psi_n + \frac{\delta t}{2}\kappa_1\right) \\ \kappa_3 &= f\left(t_n + \frac{\delta t}{2}, \psi_n + \frac{\delta t}{2}\kappa_2\right) \\ \kappa_4 &= f(t_n + \delta t, \psi_n + \delta t\kappa_3)\end{aligned}$$

se ci si limita a considerare solo κ_1 che rappresenta l' incremento calcolato all' inizio dell' intervallo, il metodo è equivalente al metodo di Eulero, che è un metodo del primo ordine. I termini successivi sono incrementi calcolati prendendo la pendenza a metà e a fine intervallo. Abbiamo quindi scritto l' approssimazione RK4 della ψ_{n+1} di $\psi(t_{n+1})$ dove il valore ψ_{n+1} è determinato dal valor corrente ψ_n più la media pesata di quattro incrementi. Ogni incremento è il prodotto del valore dell' intervallo δt per una pendenza stimata dalla funzione g che compare al secondo membro dell' equazione differenziale. Nell' implementare questo metodo , dopo aver verificato l' inefficacia dei metodi adattivi a passo variabile inclusi nel pacchetto Matlab, è stata usata una versione a passo di integrazione fissa che ha prodotto risultati soddisfacenti.

1.5 Correzione della risposta strumentale

Adesso abbiamo un modello risolvibile numericamente per simulare la risposta di un ring laser a rotazioni variabili nel tempo e coefficiente di back scattering variabile. Vogliamo proporci l' obiettivo di dimostrare, per ora solo a livello di simulazione, che è possibile, nelle approssimazioni fatte, rendere ideale la risposta dello strumento e quindi ricostruire esattamente la rotazione che ha dato luogo a una differenza di fase fra i fasci controrotanti nella cavità del laser. Procediamo con ordine: abbiamo risolto la 1.10 con metodi numerici , abbiamo quindi la $\psi(t)$, ma allora possiamo costruirci anche il termine $\sin(\psi(t))$ e, supponendo di conoscere l' altra osservabile del modello $l(t)$, indico con $\tilde{f}(t)$ la funzione che descrive la rotazione vera ricostruita che scrivo come

$$\tilde{f}(t) = \frac{1}{2\pi}\dot{\psi} + l(t)\sin(\psi) \quad (1.23)$$

. Si tratta quindi di dimostrare che $f(t)$ cioè la funzione di partenza sia uguale a $\tilde{f}(t)$, che quindi

$$\|\tilde{f}(t) - f(t)\| = 0 \quad (1.24)$$

cioè è numericamente verificato in tutte le simulazioni effettuate. Va però detto che, ricordando quanto scritto a riguardo dello schema di rilevamento, sperimentalmente, la quantità misurata non è $\Psi(t)$ ma $X(t) \approx \cos(\psi(t))$. Dobbiamo dimostrare che

il metodo sopra descritto funzioni anche con la fase ricavata dall' interferogramma. Costruiamo quindi un interferogramma dalla fase $\Psi(t)$ che risolve l' equazione di Adler e proviamo a recuperarne la fase. Dato che in questo passaggio vi sono dei metodi numerici in mezzo, chiamiamo $\psi(t)$ la fase recuperata dall' interferogramma coi vari metodi elencati nello schema a blocchi. Non vi è certezza a priori che $\Psi(t) = \psi(t)$. Per verificare ciò deriviamo numericamente la $\psi(t)$ e la inseriamo nell' equazione di Adler. Da questo processo otteniamo una funzione che chiamiamo $F(t)$ e che vorremmo fosse la $f(t)$ che abbiamo posto noi come parametro dell' equazione. Ciò è verificato sui dati simulati, e cioè che $f(t) = F(t)$, aspettiamo dunque di vedere se questo processo funzionerà sui dati reali. I metodi di recupero della fase

Metodo di inversione del dato

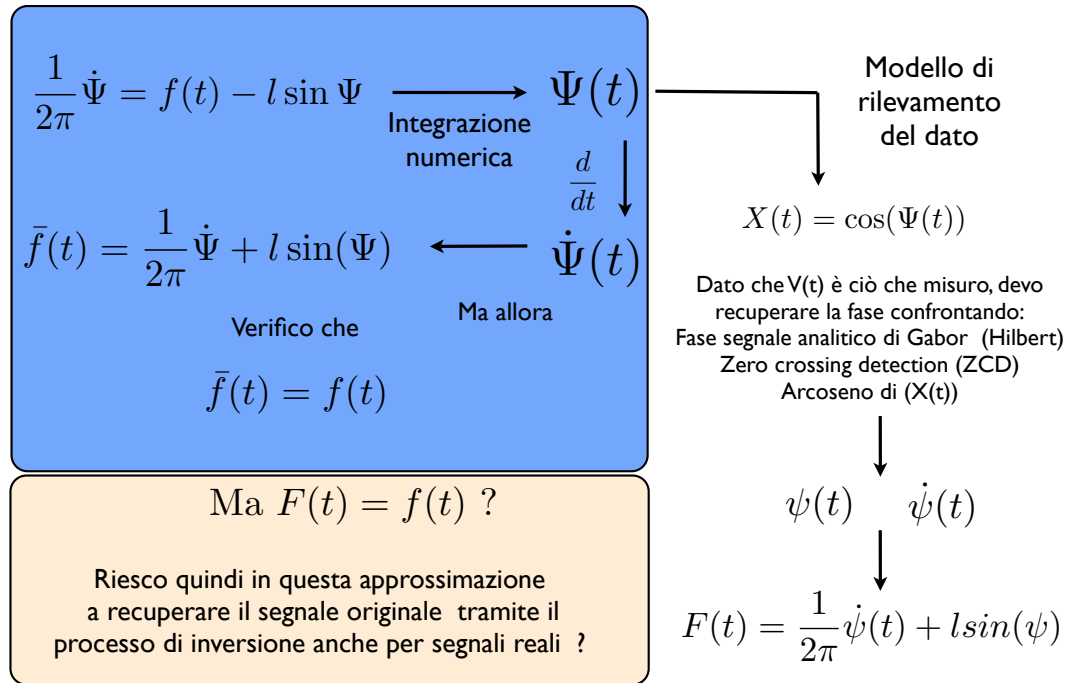


Figura 1.2: Schema della procedura di correzione dei dati strumentali: La $\Psi(t)$ rappresenta la fase calcolata numericamente, la $\psi(t)$ rappresenta la fase recuperata dall' interferogramma calcolato dalla fase $\Psi(t)$

dall' interferogramma affrontati sono due:

- Estrazione dell' argomento del segnale analitico costruito tramite trasformata di Hilbert
- Implementazione di una funzione che inverte l' interferogramma a tratti tramite \cos^{-1}

1.5.1 Limiti legati all' analisi del segnale di interferenza con il segnale analitico

questo metodo è stato formulato per la prima volta da Gabor in [12] e analizzato approfonditamente in [14] e [15] lavoro in cui troviamo esempi e condizioni sulla applicabilità del metodo. In [13] possiamo trovare interessanti considerazioni sulla sua applicazione numerica. Qui sintetizziamo solo i risultati di interesse per il nostro caso tramite un esempio. La procedura di recupero della fase per come viene applicata ai dati reali consiste nei seguenti passi. Si calcola la trasformata di Hilbert così definita

$$Y(t) = \frac{1}{2\pi} \int \frac{X(t')}{t - t'} dt' \quad (1.25)$$

e si costruisce il segnale analitico

$$Z(t) = X(t) + iY(t) \quad (1.26)$$

si calcola la fase quindi come

$$\psi(t) = \text{Arg}(Z(t)) \quad (1.27)$$

da cui usando la definizione di frequenza istantanea data da

$$f_0(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d}{dt} (\text{Arg}(Z(t))) \quad (1.28)$$

È importante notare infatti che si può costruire un segnale complesso da uno reale in altri modi, ad esempio, si può utilizzare la procedura alternativa di prendere la componente in quadratura di $X(t)$ come parte immaginaria del segnale complesso. Questo porta in genere ad un segnale diverso da quello definito da Gabor come 1.26. Nella 1.26 si vuole che il segnale analitico sia la somma del segnale reale più la sua parte in quadratura, ma sotto quali ipotesi la trasformata di Hilbert genera il segnale in quadratura? Prendiamo un segnale reale modulato in frequenza (FM) e l' interferogramma è esattamente questo caso. Lo si scrive come

$$X(t) = a(t) \cos(\psi(t)) \quad (1.29)$$

e vogliamo che sia verificata la seguente

$$a(t) \cos(\psi(t)) + jH[\cos(a(t)\psi(t))] = a(t)e^{j\psi(t)} \quad (1.30)$$

come si trova in [16], deve valere il teorema di Bredrosian, abbreviato anche come (BPT) e cioè che lo spettro di $a(t)$ che chiamiamo $\hat{a}(f)$ sia a banda limitata da un valore f_0 e che lo spettro di $\cos(\psi(t))$ stia al di fuori della regione individuata dallo

spettro $\hat{a}(f)$. Concludiamo citando testualmente le conclusioni a riguardo che si trovano sempre in [14] perché riassumono in modo incisivo tutte le problematiche che abbiamo nell'analisi del segnale di interferenza:

if we have a modulated signal of the form $a(t)e^{j\psi(t)}$ here physical meaning is attached to $a(t)$ and $\psi(t)$, and if the spectra of $a(t)$ and $\psi(t)$ are not separated in frequency, then the HT will be a result of overlapping and phase-distorted functions. Although the analytic signal will be of the form: $a_z(t)e^{j\psi_z(t)}$ and will be unique $a_z(t)$ and $\psi_z(t)$ will have questionable practical meaning. This leads to the assertion: The amplitude $a(t)$ and phase $\psi(t)$ of a signal may only be considered independently if the spectra of $a(t)$ and $\cos\psi(t)$ are separated in frequency. Thus the more closely a signal approaches a narrowband condition, the better the Hilbert Transformed signal approximates the quadrature signal, and the more likely the HT-based analytic signal is to provide an accurate model of a real system with a particular IF; also the better in general will be the estimate of instantaneous frequency.

Quanto scritto sopra pone quindi un limite conoscitivo all'informazione della fase ottenuta come argomento del segnale analitico costruito prendendo come parte immaginaria la trasformata di Hilbert dell'interferogramma.

1.5.2 Inversione dell'interferogramma

Questa procedura prevede dapprima la creazione dell'interferogramma simulato dal dato della $\psi(t)$ ottenuto dall'integrazione numerica come $X_{sim}(t) = \cos(\psi(t))$ e di seguito l'applicazione della funzione inversa \cos^{-1} . L'output di questa operazione è una funzione periodica di valori compresi tra $[0, \pi]$. Si vuole invece una funzione in cui la fase cresca in maniera monotona. Per ottenere ciò si è sviluppato un algoritmo si "srotolamento" che crea il vettore della fase accumulata. Chiamata $\psi_{cos^{-1}}(t)$ la fase ottenuta dalla procedura descritta sopra si è proceduto al calcolo della $\tilde{f}(t)$ per verificare che tale procedimento possa funzionare anche con i dati reali. L'esito di questo tentativo è positivo e quindi anche passando dal recupero della fase tramite l'interferogramma, nelle approssimazioni fatte è sempre possibile correggere la risposta strumentale del gyrolaser.

1.6 Conclusioni sulla parte di simulazione e inversione

Abbiamo mostrato che se il comportamento dello strumento reale rispetta le previsioni di questo modello

$$\frac{1}{2\pi} \frac{d\psi}{dt} = f(t) - l(t) \sin \psi \quad (1.31)$$

è possibile noto $l(t)$, correggere esattamente le non idealità dovute alla presenza del back scattering, anche passando per l' interferogramma, che è la quantità sperimentalmente misurata e ricostruire $f(t)$ che è la variabile che vogliamo osservare con un giroscopio laser.

1.7 Risultati delle simulazioni

Nelle seguenti simulazioni usiamo l' equazione 1.10 scritta per un ring quadrato orientato con la normale al piano \hat{n} parallela a Ω :

$$\frac{1}{2\pi} \frac{d\psi}{dt} = \frac{L}{\lambda} \Omega \quad (1.32)$$

e usiamo la lunghezza d' onda del laser He:Ne=632.8 nm.

1.7.1 Il caso ideale con $l = 0, f = f(t)$

In questo caso la frequenza di rotazione $\Omega = \Omega(t)$ è proporzionale a $\dot{\psi}$ tramite il fattore geometrico.

1.7.2 Il caso $l \neq 0$ e f costante

Nel caso in cui il valore di f ed l sia costante esiste una soluzione analitica per l' equazione di Adler che confronteremo con la soluzione numerica. Prendiamo come valore di Ω quello della rotazione terrestre che chiamiamo $\Omega_{\oplus} = 7.2921 \cdot 10^{-5}$ rad/s e il ring orientato sul massimo del segnale. L' equazione da studiare è la

$$\frac{1}{2\pi} \frac{d\psi}{dt} = \frac{L}{\lambda} \Omega + l \sin(\psi) \quad (1.33)$$

In figura 1.3 mostriamo il confronto fra:

- Il valore della frequenza di Sagnac aspettata, cioè quella calcolata con 1.32
- La frequenza istantanea (IF) calcolata derivando la fase ψ ottenuta dall' integrazione numerica
- Il valor medio della frequenza istantanea che in letteratura è chiamata anche "pulled frequency"

L' accordo con la soluzione numerica e quella analitica è evidente, così come il fatto che la frequenza media sia inferiore a quella aspettata per un ring laser senza back scattering. Dall' analisi in frequenza della frequenza istantanea (IF) troviamo che una serie di armoniche compare a prova del fatto che, come per altro è evidente dall' andamento temporale, la modulazione della frequenza media non è sinusoidale ma

distorta. Per questo caso analitico, da [5] troviamo che il momento primo e secondo della frequenza istantanea sono rispettivamente

$$\bar{\nu} = \sqrt{f^2 - l^2} = p \quad (1.34)$$

e

$$\bar{\nu}^2 = \sqrt{p(f - p)} \approx \frac{l}{\sqrt{2}} \quad (1.35)$$

dall' analisi di Fourier della 1.15 si ottiene che l' ampiezza \hat{F}_n della componente armonica a frequenza np vale

$$\hat{F}_n = 2p \left(\frac{f - p}{l} \right)^n \quad (1.36)$$

ovvero le ampiezze delle armoniche sono in progressione geometrica. La presenza di queste armoniche è esclusivamente legata all' esistenza del back scattering. Per capire come la dimensione di un ring laser quadrato influenzi il valore di p e in definitiva l' effetto del back scattering sulle dimensioni, abbiamo simulato diversi casi a lato crescente. Dalla figura 1.6 risulta evidente che ring laser più grandi sono meno affetti dal pulling e il valore picco picco della frequenza istantanea diminuisce. Si capisce che ovviamente i problemi legati al back scattering scalano con il lato, però un apparato che possa essere interessante come strumento da campagna per scopi sismologici e che quindi sia relativamente trasportabile non può superare il metro di dimensioni, per questo l' esempio fornito riguarda un ring laser piccolo ma potenzialmente compatto e interessante per scopi geofisici. Con la correzione che abbiamo studiato potremmo comunque correggere l' effetto del back scattering e migliorare la risoluzione dello strumento.

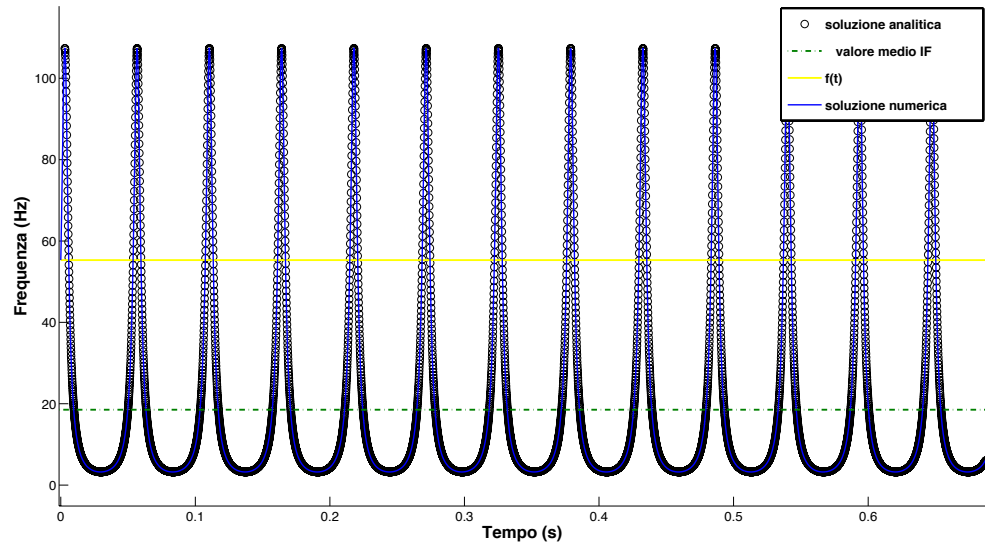


Figura 1.3: Lato ring laser 0.47m, frequenza di lock-in 52 Hz , $f_{\oplus}=55.3$ Hz, $\lambda = 632.8nm$

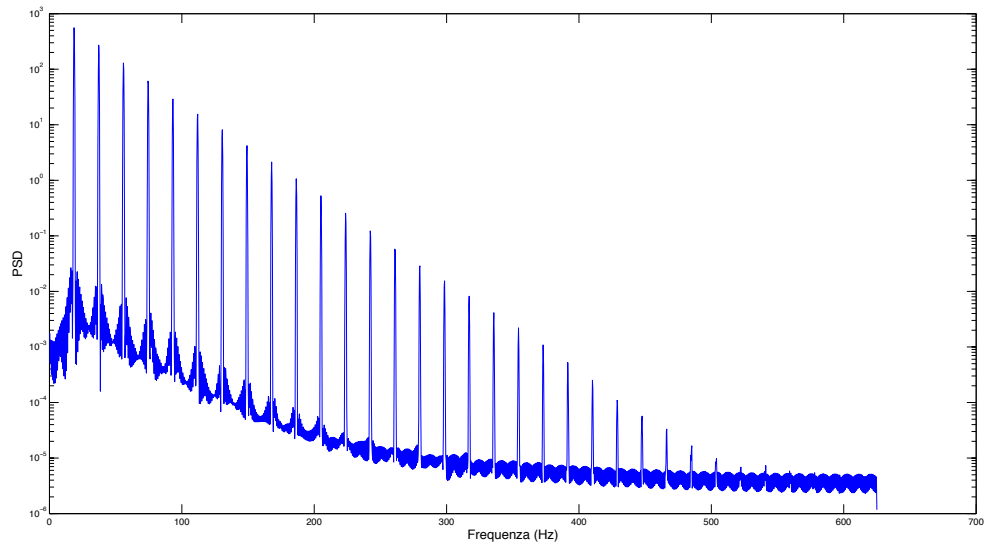


Figura 1.4: PSD della frequenza istantanea di 1.3

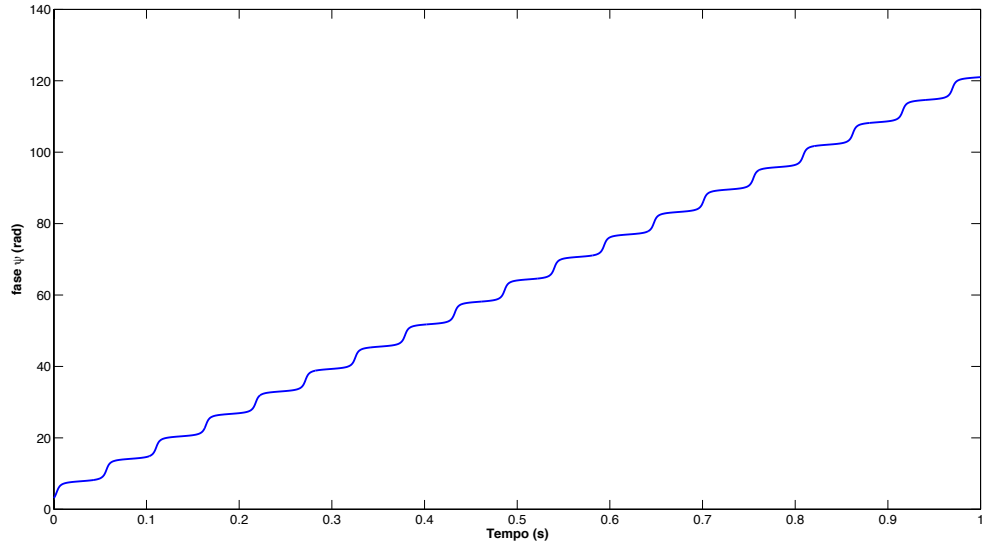


Figura 1.5: Andamento della fase nel tempo per il RL di 0.47 m

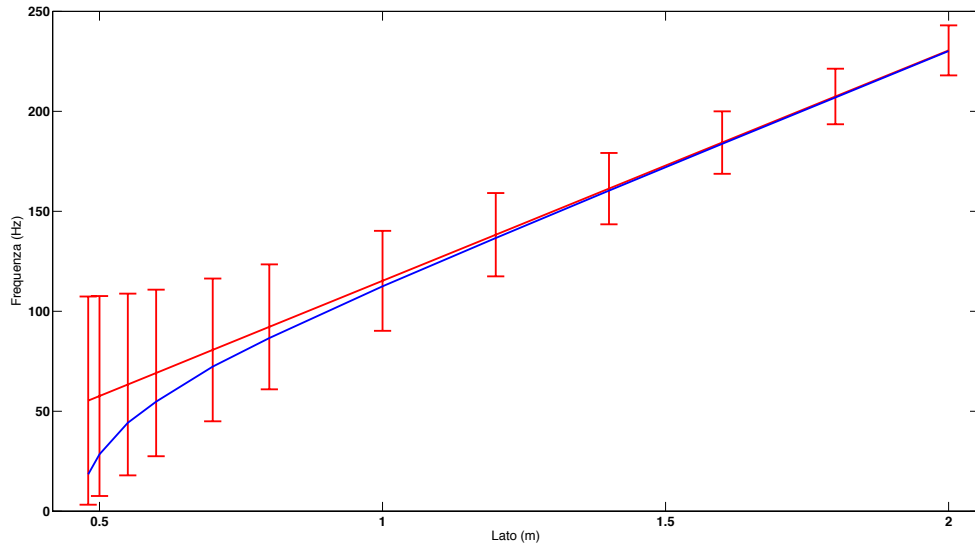


Figura 1.6: La linea rossa rappresenta la frequenza media in funzione del lato, l'errore rappresenta il valore picco picco della frequenza istantanea, la linea rossa il valore aspettato in assenza di back scattering

1.7.3 I casi con $l \neq 0$ costante nel tempo e $f = f(t)$

Questi casi sono maggiormente vicini alla realtà fisica della rivelazione di segnali rotazionali, infatti sebbene la stabilità rotazionale della terra sia un ottimo riferimento, in realtà anch' essa e' soggetta a variazioni e oscillazioni e quindi di fatto dipende dal tempo. Per applicazioni sismologiche i segnali che vogliamo rilevare

sono per loro natura ad energia finita periodici e quindi dipendenti dal tempo. Non è possibile quindi prescindere da questo fatto e una analisi accurata, per ora a livello fenomenologico si rende necessaria. Un modello semplice per un segnale che possa in maniera approssimativa schematizzare un terremoto o comunque una rotazione a media nulla attorno a un valore di bias può essere

$$f(t) = f_{terra} + A \cdot Chirp(t) e^{(t-t_0)^2/\sigma^2} \quad (1.37)$$

dove

$$Chirp(t) = \sin \left(2\pi \left(f_0 t - \frac{m}{2} t^2 \right) \right) \Big|_0^{t_f}$$

dove f_0 è la frequenza iniziale ed m esprime il rate a cui cresce la frequenza. cioè una frequenza linearmente decrescente moltiplicata per un inviluppo gaussiano, abbiamo scelto la frequenza iniziale maggiore di quella finale per tenere conto del fenomeno della dispersione che è tipico della propagazione di onde elastiche nella terra. Nella simulazione per noi è importante definire l' ampiezza massima A del segnale in rapporto alla rotazione terrestre e quindi riscriviamo la precedente come

$$f(t) = f_{terra} \left(1 + \frac{A}{f_{terra}} \cdot Chirp(f_1, f_2) e^{(t-t_0)^2/\sigma^2} \right) \quad (1.38)$$

Una rotazione che a un tempo \bar{t} assume un valore di $A = -f_{terra}$ causa il locking del giroscopio, in realtà poiché la soglia di locking, come abbiamo visto, non è zero a causa del back scattering, per causare il locking di un giroscopio reale basta che $f_{terra} - A < f_{lock}$ quindi quanto più il bias della terra è vicino al locking tanto più piccola sarà la dinamica rotazionale rivelabile dallo strumento. Il primo caso di fig.1.7 è relativo a un Giroscopio di lato $0.6cm$ in cui la frequenza di locking vale circa $41Hz$ La frequenza iniziale e finale del chirp sono $f_i = 10Hz$ e quella finale $f_f = 0.5Hz$, Il valore di $a = f_{terra}/4$ che per il giroscopio considerato corrisponde a un valore di picco del modulo della Ω di $1.8 \cdot 10^{-5}$ rad/s.

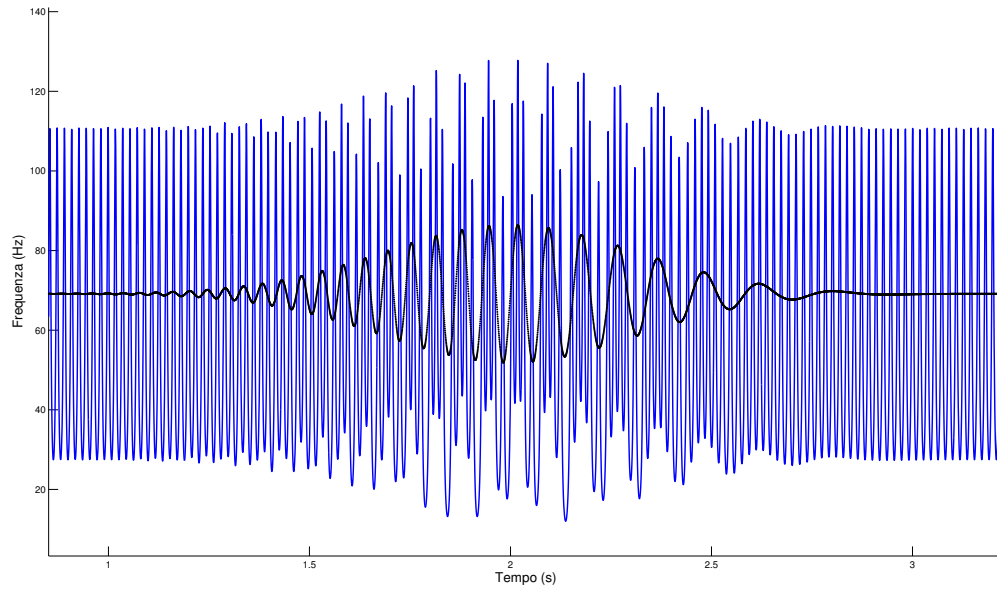


Figura 1.7: Frequenza istantanea e $f(t)$ per il giroscopio di 0.6m

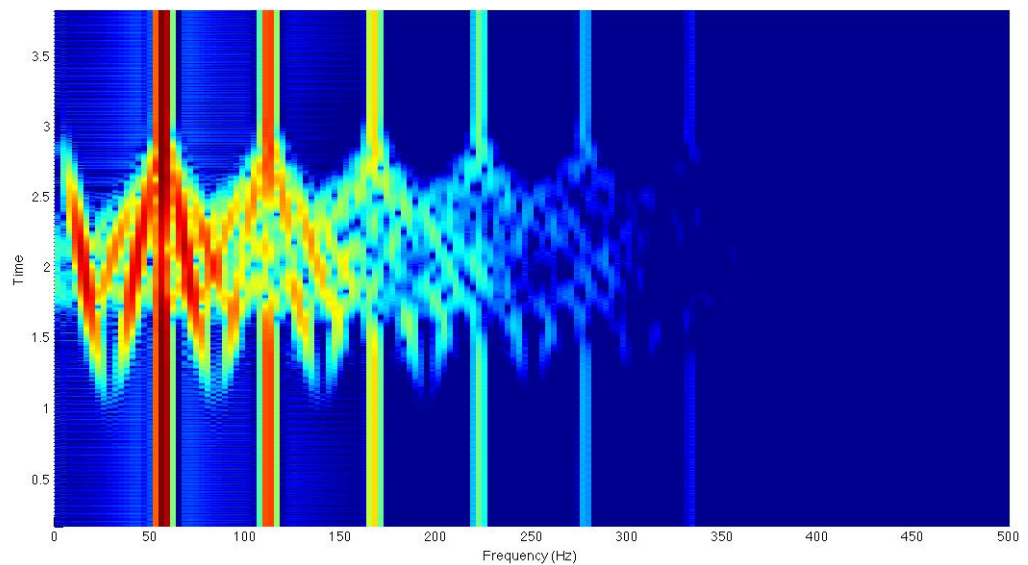


Figura 1.8: Analisi tempo-frequenza della Frequenza istantanea raffigurata in fig. 1.7

Riportiamo in seguito gli aspetti fondamentali della fenomenologia osservata in simulazione: la frequenza istantanea possiede una continua o bias che rappresenta il rate di rotazione costante dovuto alla rotazione terrestre più un segnale oscillante

Il secondo caso è relativo a un Giroscopio di lato $1.2m$ in cui la frequenza di locking vale circa $20Hz$. I parametri della forma d'onda a cui deve rispondere il ring laser sono gli stessi dell'esempio precedente.

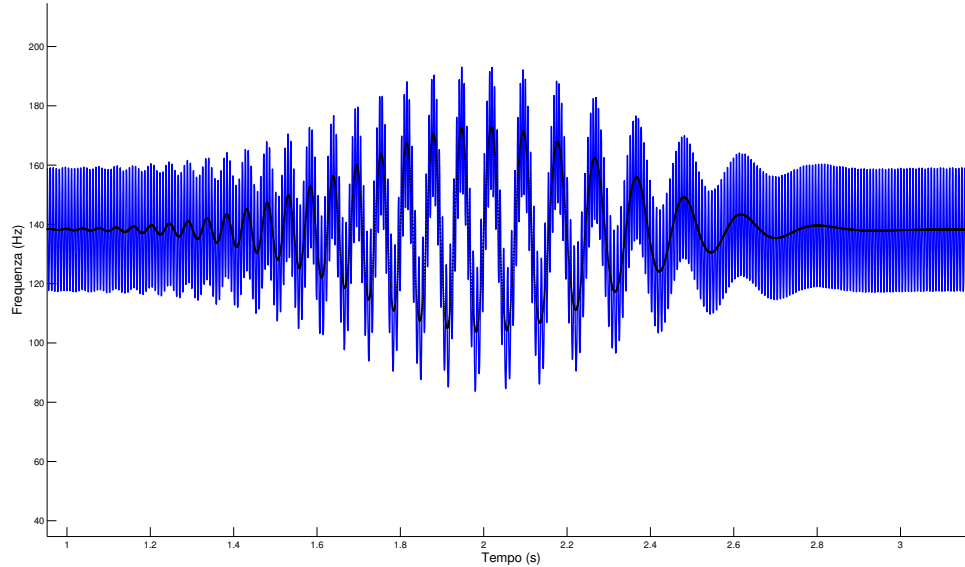


Figura 1.9: Frequenza istantanea e $f(t)$ per il giroscopio di $1.2m$

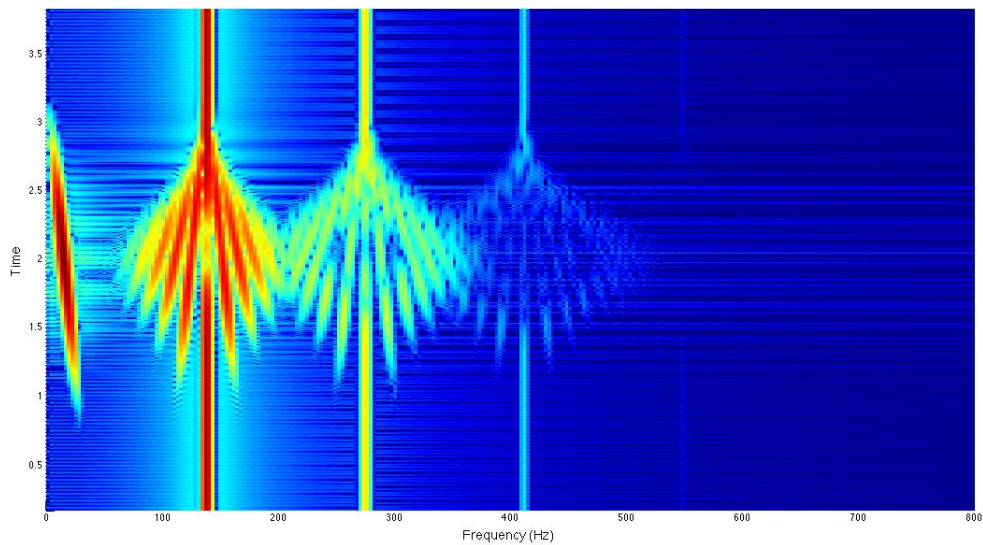


Figura 1.10: Analisi tempo frequenza della frequenza istantanea raffigurata in fig. 1.9

il cui valore picco-picco è due volte il valore della soglia di locking (il termine l che moltiplica la parte non lineare dell'equazione differenziale che abbiamo preso come modello). La parte variabile nel tempo oscilla alla frequenza in cui istantaneamente

si trova il valor medio del segnale $f(t)$ ed è tanto più lontano da un regime sinusoidale tanto più vicino il segnale approssima la soglia di locking. Questo segnale complesso possiede quindi una duplice informazione, come si vede anche dall'analisi tempo frequenza:

- Il segnale in banda base
- Una parte di modulazione di frequenza in cui però la portante è distorta in base al livello del segnale in bassa frequenza

Se prendiamo uno qualsiasi degli spettri tempo frequenza possiamo notare lo spettro del chirp in banda base, le armoniche della frequenza di Sagnac dovute al pulling che sono presenti anche a rotazione costante (come si è visto nella relativa casistica). Una serie di sidebands tipiche del fenomeno della FM corrispondenti alle armoniche dovute al pulling. Attorno a ciascuna armonica si osserva una serie di sideband contenenti lo spettro del segnale in banda base

1.7.4 Il caso $l = l(t)$ e $f = f(t)$

Dalla A.11 possiamo dire che l è limitato in $[0, l_{max}]$, a titolo esemplificativo assumiamo una funzione che descriva l'andamento temporale di l del tipo

$$l(t) = \frac{1}{2} \frac{10^2}{P} (1 - A \sin(2\pi f t)) \quad (1.39)$$

Nella simulazione riportata in figura 1.11 il parametro A è preso pari a 1 e la frequenza f di 2 Hz. In questo caso è evidente come la frequenza istantanea sia modulata in ampiezza (AM) anche quando la rotazione è costante, cioè prima che inizi la parte di modulazione. Durante questo pseudo evento sismico la IF non solo mantiene la componente di AM dovuta alla variazione di $l(t)$ ma è anche modulata in frequenza a causa del fatto che la Ω varia. È interessante notare nell'analisi tempo frequenza l'affievolirsi delle armoniche legate al pulling e delle sidebands legate al chirp a causa dell'avvicinarsi a zero del valore di l , istante in cui il comportamento del girolaser passa per uno stato di funzionamento istantaneamente ideale.

1.7.5 Simuliamo la risposta a un terremoto reale

Vogliamo ora divertirci a vedere quale possa essere la risposta di un girolaser ad un evento rotazionale di origine sismica intenso e vicino, per fare ciò abbiamo usato il dato relativo ad una componente orizzontale del terremoto di Loma Prieta del 1989 registrato da una stazione sismica a San Francisco. Il dato dell'accelerazione è stato convertito in rotazione usando la relazione

$$\Omega_z = -\frac{\ddot{x}}{2v_c} \quad (1.40)$$

che lega l' accelerazione trasversale alla rotazione rispetto all asse z come in [8]
Usando il ben noto fattore geometrico

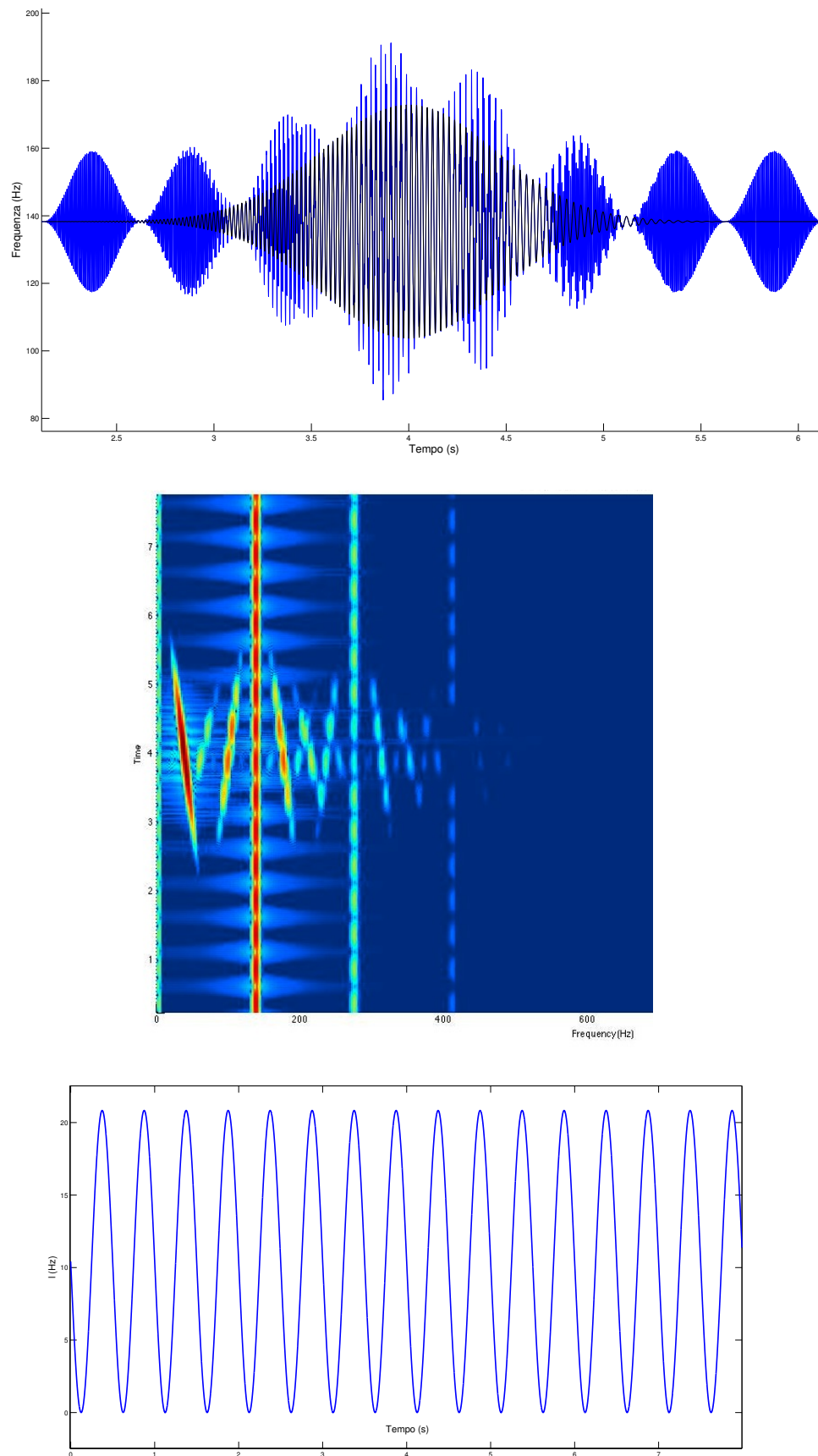
$$f_{terr}(t) = \frac{L}{\lambda} \Omega_z$$

dove $L=1$ m e il piano del giroscopio è orientato come z, otteniamo che

$$f_{terr}(t) = -\frac{L}{\lambda} \frac{\ddot{x}}{2v_c}$$

dove v_c è stato preso a scopo indicativo come 4000 m/s. Il dato di rotazione ottenuto per questo terremoto usando la 1.7.5 è mostrato in figura 1.12, nel calcolo è stato scalato di due ordini di grandezza per renderlo confrontabile con la rotazione terrestre che ricordiamo è dell ordine di 10^{-5} rad sec. dato che si tratta di una registrazione sismica effettuata in estrema prossimità dell' epicentro che avrebbe probabilmente distrutto il ring laser stesso.

otteniamo la risposta cercata illustrata in figura 1.13, abbiamo anche inserito un dettaglio per capirne meglio la complessa dinamica

Figura 1.11: Frequenza istantanea, analisi tempo frequenza e andamento temporale di $I(t)$

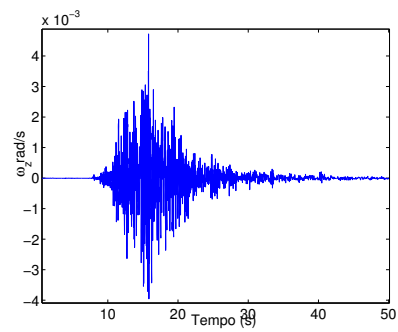


Figura 1.12: La componente di rotazione z calcolata

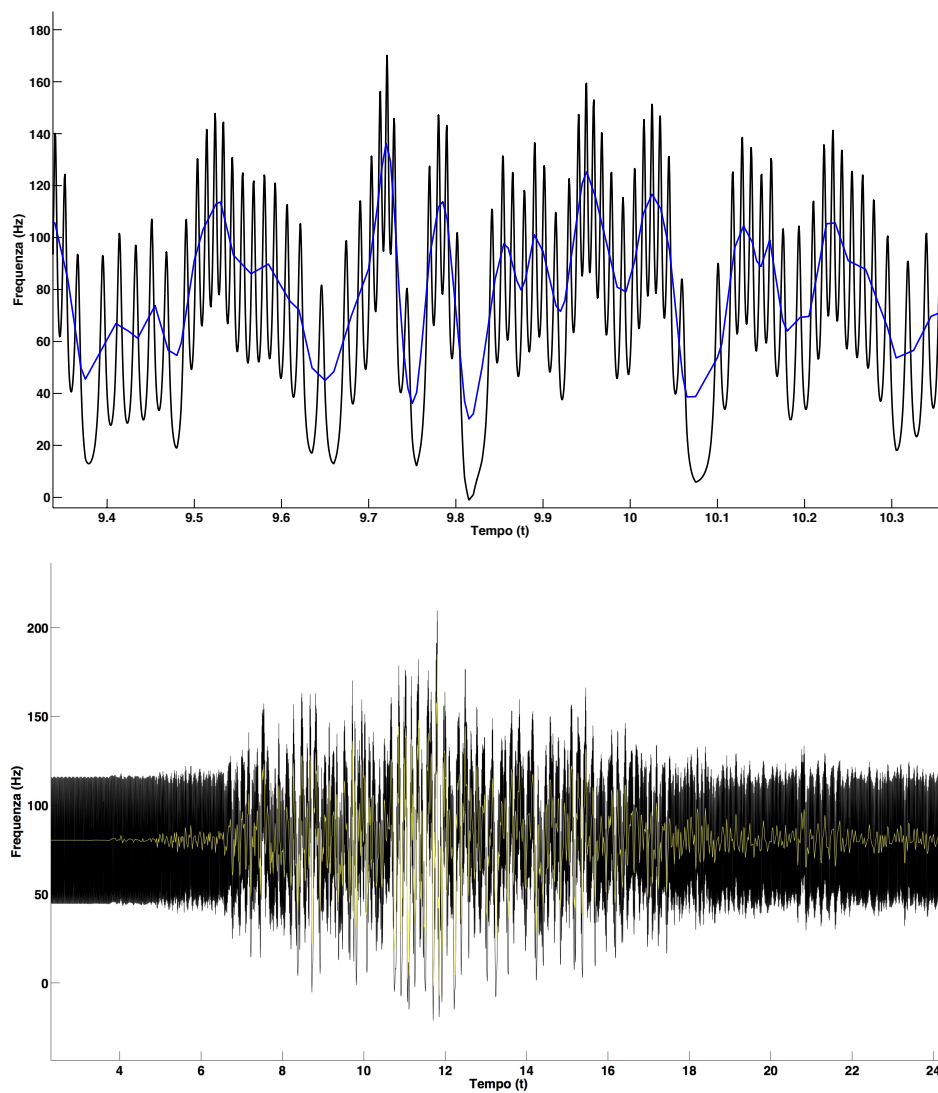


Figura 1.13: Il terremoto di Loma Prieta per come sarebbe stato visto da un gyrolaser di lato 1 m, la forma d'onda intera e un dettaglio

Descrizione dell' apparato GP2

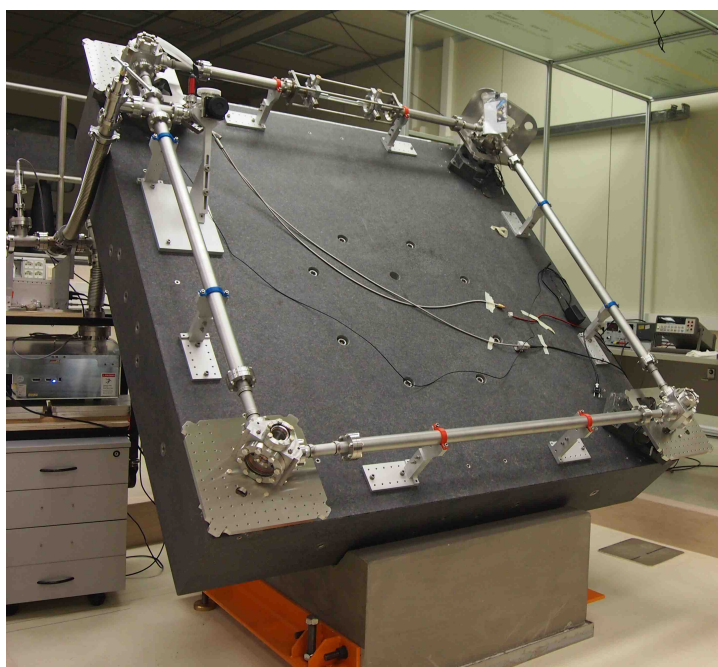


Figura 2.1: L' apparato GP2

GP2 nasce come evoluzione dell' apparato G-pisa [17] e come quest' ultimo è un ring laser a cavità quadrata, questo giroscopio è stato costruito col fine di aprire la strada a quella che sarà la prossima generazione dei giroscopi laser di grandi dimensioni, ovvero quelli dotati di stabilizzazione attiva del fattore di scala geometrica rispetto a riferimenti attivi.

2.1 Setup meccanico

Il setup meccanico è costituito da un basamento di cemento inclinato su cui è stato installato un tavolo a base quadrata di granito appositamente realizzato e lavorato con della cavità interne per rendere più leggera la struttura senza inficiarne le caratteristiche di rigidità. In questa struttura vi sono installate quattro torrette di acciaio che hanno il compito di alloggiare al loro interno gli specchi e di connettere i tubi di acciaio che definiscono la cavità quadrata. Ognuna di queste torrette è libera di pivotare sul piano definito dal granito, questo movimento è controllato da regolazioni micrometriche, non è stata prevista invece la possibilità di regolare il tilt verticale in maniera meccanica data la confidenza su una elevata accuratezza di lavorazione di tutte le parti meccaniche. Tre torrette sono alloggiate su uno stage piezoelettrico che attua lo spostamento della torretta stessa nella direzione definita dalla diagonale del quadrato, la corsa di queste movimentazione è di $100\text{ }\mu\text{m}$. Una quarta invece è installata su una movimentazione piezoelettrica di tipo X-Y-Z sempre avente corsa di $100\mu\text{m}$.

2.1.1 Il sistema per il vuoto

La camera da vuoto è realizzata giuntando con flange conflat e oring di rame i tubi di acciaio appositamente realizzati alle torrette e al capillare, Tramite un rubinetto da alto vuoto la camera è connessa al sistema di pompaggio integrato che include una pompa rotativa per il pre vuoto e una turbo molecolare in cascata per raggiungere valori di vuoto dell' ordine di 10^{-7} mbar. Il sensore di alto vuoto è un sensore a catodo freddo con cui si monitora la qualità del vuoto nella fase di evacuazione della cavità, per monitorare la pressione di riempimento si è usato un sensore di tipo penning da bassa pressione, si veda fig.2.7. Separata dalla cavità tramite un analogo rubinetto vi è una piccola cavità all interno della quale sono alloggiati due chemical getters. I chemical getters provvedono all' adsorbimento dei gas molecolari senza agire sui gas nobili, permettendo così di mantenere il mezzo attivo libero da impurezze, (tipicamente H) provenienti dall outgassing dell' acciaio e soprattutto del pyrex di cui è fatto il capillare. Questo espediente permette di evitare frequenti sostituzioni della miscela di gas e le conseguenti contaminazioni degli specchi con polvere. Dopo alcune settimane dal primo riempimento è stata azionato il sistema dei chemical getters. La loro efficacia è stata monitorata tramite l' osservazione della scomparsa dallo spettro di emissione del plasma della riga H- α a 652 nm relativa alla serie di Balmer dell' idrogeno. Con una fibra ottica multimodo è stata raccolta la luce proveniente dal plasma e convogliata in uno spettrometro a larga banda UV-vis, tecnica che ho già usato in [18],[19]. Lo spettrometro, connesso ad un computer,

permetteva l' osservazione in tempo reale del processo di cattura dell' idrogeno, tale processo è dell' ordine di durata di qualche minuto.

2.2 Setup ottico

Il setup ottico è costituito da quattro supermirrors di riflessività dell' ordine del 99,999% per la radiazione a 632.8 nm ad un angolo di incidenza di 45° , questi specchi sono alloggiati all' interno della cavità e sono otticamente accessibili tramite le finestre trattate anti riflesso installate sulle torrette, in particolar modo l' operazione di installazione degli specchi stessi viene resa particolarmente agevole grazie alle grandi finestre posizionate parallelamente agli specchi stessi.

Queste finestre permettono il passaggio al di fuori della cavità della componente trasmessa dagli specchi stessi. Su un piano filettato è stata installata l' ottica esterna alla cavità che permette la detezione del battimento fra i due fasci contropropaganti, questo stadio che chiameremo combiner è costituito da due specchi dielettrici da mezzo pollice HR @ 632.8 nm @ 45° e un cubo beam-splitter di intensità. Un fotodiodo alloggiato in un apposito cilindro e preceduto da un filtro interferenziale per la radiazione a 632.8 nm è posto anch' esso sul piano per tramutare il segnale di intensità luminosa variabile nel tempo in un segnale elettrico.

2.3 Procedura di allineamento

L' apparato di allineamento della cavità quadrata è stato di fondamentale importanza per il funzionamento del laser stesso. Su un piccolo banco ottico esterno infatti è stato installato un laser a diodo a 530 nm seguito da una coppia di specchi metallici che costituivano il sistema di rimando per iniettare dalla finestra il fascio di allineamento. Questa operazione è stata facilitata sia dalla realizzazione di cinque diaframmi installati come mostrato in fig.2.3, che permettessero di verificare l' effettivo parallelismo del fascio iniettato rispetto al centro degli specchi super mirrors all' interno della cavità e la chiusura del giro all' interno della cavità da parte del fascio di allineamento. La procedura di allineamento è stata una fase sperimentale piuttosto lunga e critica e il modus operandi si può riassumere in questi passi:

- Si inietta il fascio di allineamento nel primo braccio del ring laser verificando che attraversi i due diaframmi posti l' uno sul piano relativo alla prima torretta e il secondo in uscita dalla seconda torretta.
- Verificato il precedente allineamento si regola micrometricamente il tilt sul piano del blocco di granito del secondo specchio all' interno della cavità ruotando su se stessa la seconda torretta (la prima è quella in cui viene iniettato il fascio

-) al fine di centrare il terzo diaframma posizionato sul piano della terza torretta, a questo punto i primi due bracci del fascio di allineamento dovrebbero essere allineati col centro degli specchi.
- Si itera il punto precedente fino alla prima torretta, quella in cui avevamo iniettato il fascio, a questo punto, allineati quattro lati, si regola la torretta di iniezione e si osserva che all' uscita della seconda il fascio iniettato interferisca con se stesso, ciò è verificato dall' osservazione di frange di interferenza spaziale su uno schermo

Ultimata la procedura di allineamento e, avendo riempito la cavità con la opportuna miscela di gas si osserva dalla finestre poste sopra le torrette la diffusione della luce laser a 632 nm sulla superficie degli specchi.

2.4 Il mezzo attivo

Molte delle proprietà del nostro laser dipendono dal mezzo attivo, nel nostro caso una miscela di due gas, l' Elio e il Neon. La pressione totale della miscela gas usata è intorno ai 10 mbar, molto più alta dei comuni laser He-Ne, ciò al fine di facilitare il fatto che il laser operi in singolo modo. GP2 è riempito con una miscela di Neon ed Elio in rapporto di 1:25 circa . Si tratta di un insolito rapporto per un laser He-Ne standard, che di solito utilizza molto meno Elio, ciò è dovuto al fatto che, per i nostri scopi, non siamo interessati ad alto guadagno. Il Neon è una miscela 50:50 di due isotopi: ^{20}Ne e ^{22}Ne . La presenza di entrambi isotopi fa sì che i due fasci controrotanti siano praticamente disaccoppiati.

2.5 Sistema di scarica

Il sistema di scarica consiste in un capillare di pyrex di diametro esterno 10 mm ed interno di circa 4 mm che interrompe la continuità del sistema di tubi di acciaio ai quali si raccorda tramite un cage system dotato di regolazioni micrometriche per aggiustare la posizione e il tilting del capillare stesso. Attorno al capillare sono applicati due elettrodi di rame come si vede in 2.4 e 2.5, ai quali viene applicata la radiofrequenza che sostiene il plasma generato al suo interno. Una sorgente di potenza a radiofrequenza controllata da un alimentatore in continua viene utilizzato per alimentare il condensatore e quindi la scarica del gas nel capillare. Tuttavia, il plasma stesso interviene nella capacità del sistema e quindi qualsiasi variazione nel plasma (con la temperatura, la miscela di gas, la densità, la potenza assorbita) contribuisce a modificare il carico visto dall' amplificatore a RF. Per superare questo problema e per ottenere adattamento di impedenza, l' amplificatore viene chiuso in parallelo al carico capacitivo del plasma più condensatore cilindrico, su un carico

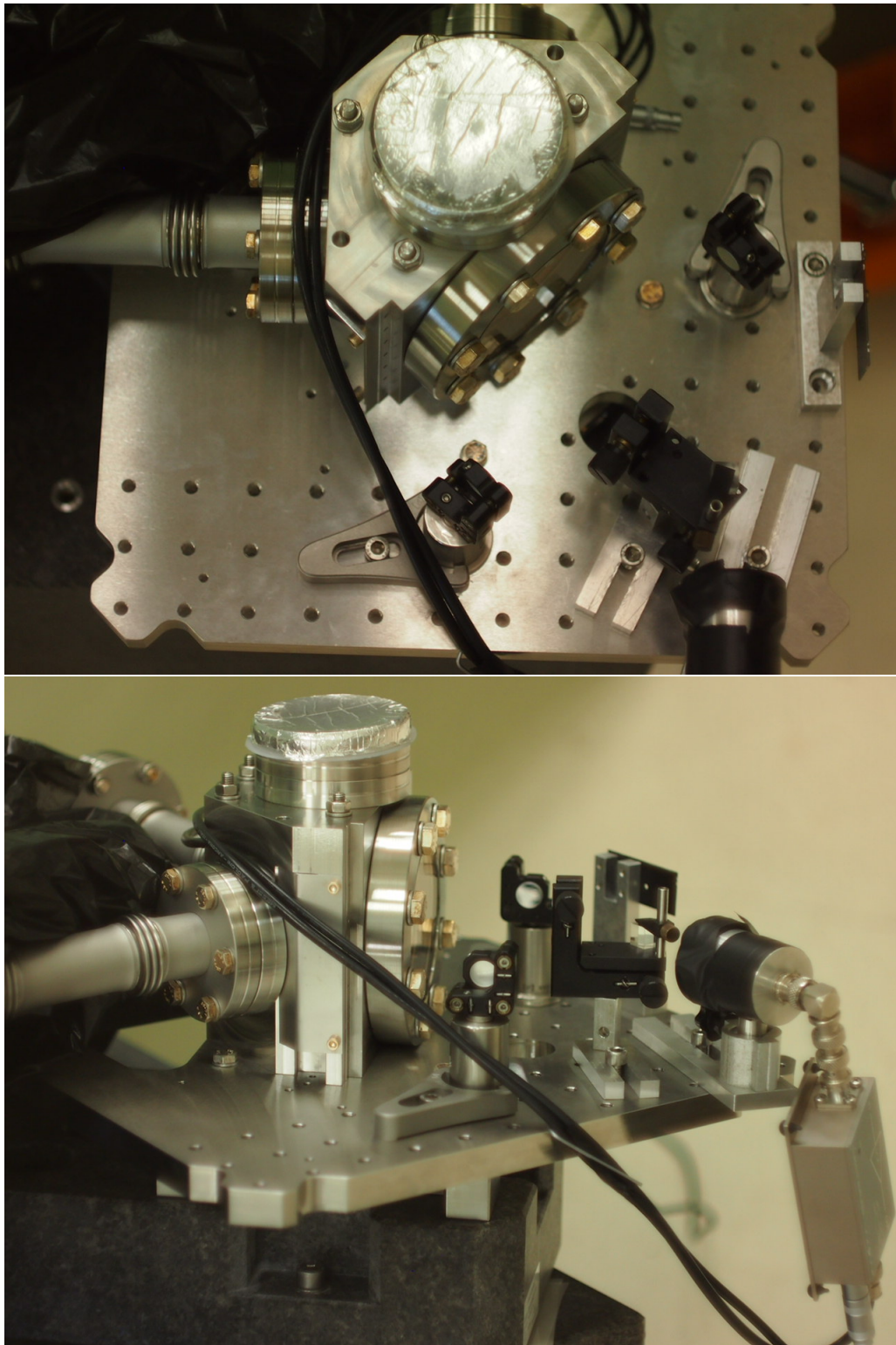


Figura 2.2: Il setup ottico del beam combiner

fisso di 50 Ohm, con questo espediente l' amplificatore pur dissipando buona parte della potenza sul carico resistivo si comporta come generatore ideale di corrente,

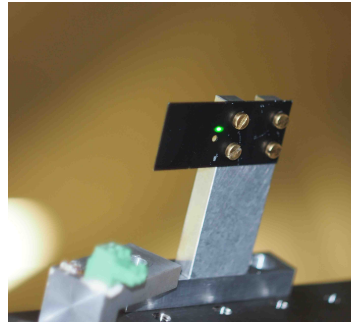


Figura 2.3: Uno dei cinque diaframmi appositamente realizzati per l' allineamento, si noti lo spot verde del laser di allineamento.

stabilizzando così l' erogazione di potenza al plasma.

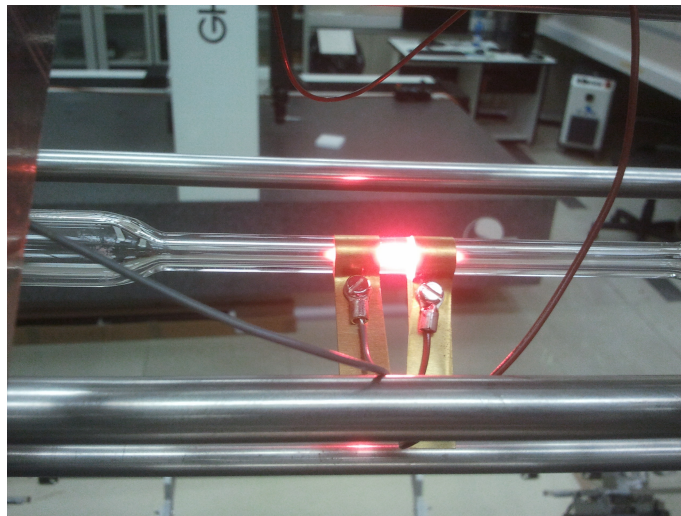


Figura 2.4: Il capillare di scarica e gli elettrodi per la scarica capacitiva

2.6 Elettronica e sistema di acquisizione

2.6.1 Catena di acquisizione e sistema PXI

Questa catena inizia con un fotodiodo la cui uscita è subito connessa ad un' amplificatore a trans impedenza con un guadagno di 10^9V/A e banda passante da DC a 5 KHz, il segnale viene poi monitorato con un oscilloscopio nelle fasi di allineamento o regolazione della potenza della scarica e inviato al sistema di acquisizione che è costituito da un unità PXI di National instruments PXI-1002 mostrato in figura 2.8 al cui interno sono installate quattro schede che vedremo più in dettaglio, questa unità costituisce lo chassis in cui alloggiano i moduli e ha lo scopo di alimentarli.

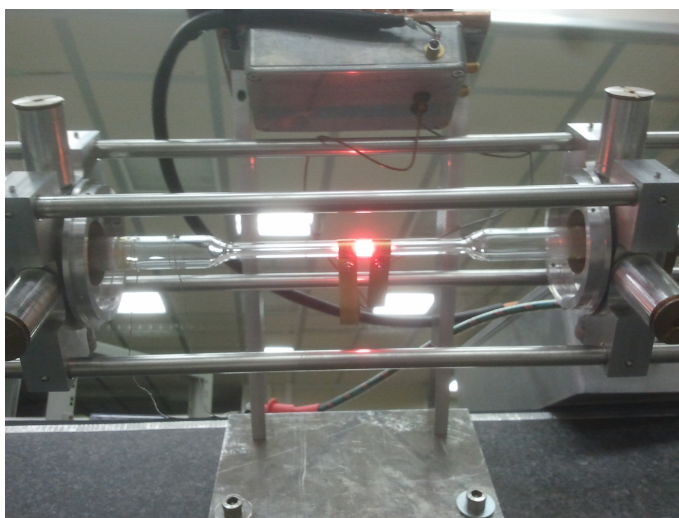


Figura 2.5: Il capillare e il cage system per regolarne la posizione

2.6.2 Sistema di stabilizzazione dell' intensità laser

La stabilizzazione ampiezza dei laser è un esempio di feedback negativo, monitoriamo il segnale di un singolo fascio in uscita con un fotodiodo e la sua componente continua (DC) controlla l'ampiezza della radiofrequenza che mantiene acceso il plasma. Quando l'ampiezza è bloccata, il giroscopio laser può funzionare per lungo tempo. Aumentando o diminuendo la potenza della radiofrequenza fornita alla scarica si compensano le perdite dovute al disallineamento della cavità causate dalla dilatazione termica, o dal lento contaminarsi della miscela di gas, ecc. La stabilizzazione dovrebbe quindi garantire un funzionamento più stabile del laser e evitare modulazioni di ampiezza, che inficerebbero la lettura del segnale dall' interferogramma che dovrebbe essere portatore di informazione solo sotto forma di modulazione di frequenza.

NI PXI-8106

NI PXI-8106 è un controller embedded basato sul processore Intel Core 2 Duo T7400 (2.16 GHz Dual Core) per l'utilizzo dei sistemi PXI e dispone di 512 Mb di ram a 667 MHz DDR2. I controller embedded sono di fatto un'unità PC integrata nello chassis. Il modulo incorpora tutte le periferiche di I/O standard: Ethernet 10/100 Base TX, tastiera, mouse e video. Inoltre dispone di una connessione GPIB, quattro porte USB 2.0, una porta parallela ed una porta seriale RS232. Il sistema esegue una versione real-time del software di programmazione visuale LabView che si occupa di gestire l'acquisizione dei dati. Tutti i dati acquisiti tramite seriale vengono campionati ad una frequenza di 1 Hz e scritti nella memoria di massa dell

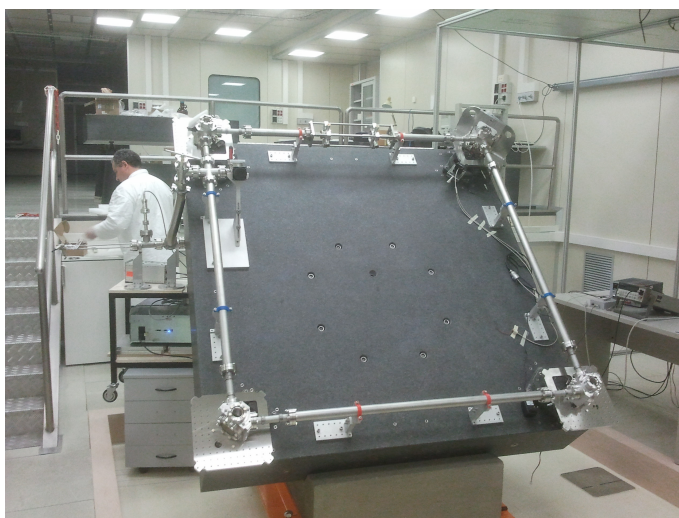


Figura 2.6: GP2

unità. L' acquisition real time ci permette di monitorare anche da remoto lo stato di funzionamento del laser e dei parametri ambientali del laboratorio.

NI PXI-6653

NI PXI-6653 'è un modulo di controllo e di temporizzazione del sistema per PXI. NI PXI-6653 permette di indirizzare le linee di star trigger PXI, importare ed esportare trigger al backplane PXI e di generare il clock di riferimento a 10 MHz a stabilità elevata per gli strumenti. Tramite queste funzioni, PXI-6653 può essere utilizzato per incrementare l'accuratezza degli strumenti di un sistema oppure per la sincronizzazione di sistemi PXI multipli. Nella nostra configurazione strumentale viene utilizzato come clock di riferimento al posto di quello incorporato nello chassis raggiungendo un' accuratezza di 50 parti per bilione (ppb).

NI PXI-6682

Il modulo di sincronizzazione e temporizzazione NI PXI-6682 permette di sincronizzare i sistemi PXI/PXI Express con l'utilizzo di GPS, IEEE 1588 e IRIG-B per effettuare eventi sincronizzati. NI PXI-6682 permette di generare eventi e segnali di clock ad istanti precisi e sincronizzati, e generare timestamp per eventi in ingresso grazie al tempo di sistema sincronizzato. GP2 utilizza questo modulo per sincronizzare il segnale generato dal PXI- 6653 con il GPS in modo da avere un riferimento temporale esterno assoluto comune con il sismometro. A tal fine all' esterno della camera pulita è stata installata un' antenna apposita per l' acquisizione del segnale GPS.

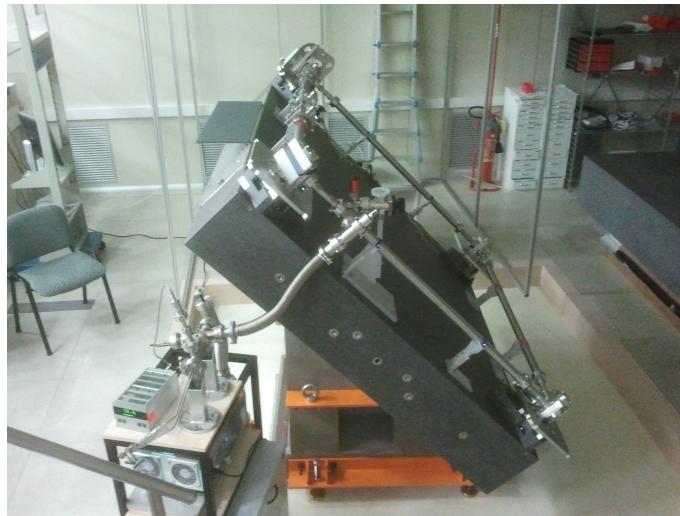


Figura 2.7: Un' altra visione dell' apparato in cui si nota il basamento di cemento inclinato

NI PXI-4462

NI PXI-4462 'e una scheda di acquisizione dati ad accuratezza elevata progettata appositamente per applicazioni di acustica e vibrazioni. Questo modulo include l'hardware e il software necessari per effettuare misure precise da trasduttori ad alta dinamica. La scheda dispone di 4 canali di acquisizione analogici dotati di una risoluzione di 24 Bit su un range dinamico di $\pm 42.4V$ ed una velocit  di acquisizione fino a 204.8kS/s. Due dei quattro canali vengono utilizzati per misurare l' intensit  di un fascio, del segnale di Sagnac ad una frequenza di campionamento 5kHz.

NI PXI-6229

NI PXI-6229 'e un ulteriore modulo di acquisizione ma con una risoluzione in tensione e una velocit  di acquisizione minori dei precedenti moduli. Dispone di un numero maggiore di ingressi: 32 input analogici e 48 I/O digitali, oltre a 4 canali di uscita analogici. I canali di ingresso analogici hanno una risoluzione di 16 bit nel range di $\pm 10V$ ed una frequenza massima di campionamento pari a 250kS/s. l' I/O digitale utilizza una logica TTL tra 0 e 5 V ed una frequenza massima di clock pari ad 1MHz. I canali di uscita analogici hanno una risoluzione di 16 bit nel range di $\pm 10V$,una frequenza massima di campionamento pari a 833kS/s e forniscono una corrente in uscita massima di 5mA. Questo modulo viene utilizzato per effettuare il monitoraggio di diversi parametri ambientali: pressione, temperatura. Le misure vengono effettuate ad un frequenza di 100 Hz e mediate su 100 campioni.



Figura 2.8: L' unità PXI che alloggia le varie schede GPS e di conversione analogico digitale

2.7 L' apparato sismometrico

La strumentazione sismometrica per la misura dei moti traslazionali consiste in un sismometro a larga banda Guralp CMG-3ESPD Compact. Questa strumentazione e' stata messa a disposizione dall'Istituto Nazionale di Geofisica e Vulcanologia, Centro nazionale Terremoti e Sezione di Pisa. Il CMG-3ESPD è un sismometro triassiale a banda larga, di forma cilindrica e con un diametro di circa 16 Cm ed un altezza di 26 Cm piuttosto leggero , il peso è di 9 kg. Le caratteristiche chiave di questo strumento sono le seguenti

- Coprire tutta la banda sismica con un' unica funzione di trasferimento
- Risposta da 0.0083 Hz (120s) a 50 Hz
- Grande linearità:, meglio di 110db orizzontale, 107 db verticale
- Range dinamico di oltre 140 db
- Disaccoppiamento dei tre assi meglio di 65db
- Frequenza di risonanza più bassa a 300 Hz
- Convertitore ADC integrato a 24 bit e supporto per flash memory fino a 32 Gb
- Possibilità di essere connesso in rete come server autonomo

Lo strumento fornisce un segnale in tensione proporzionale alla velocità' di traslazione Il sismometro e' stato posto sotto al giroscopio, con le due componenti orizzontali orientate secondo i due lati del plinto in cemento armato fig. 2.11

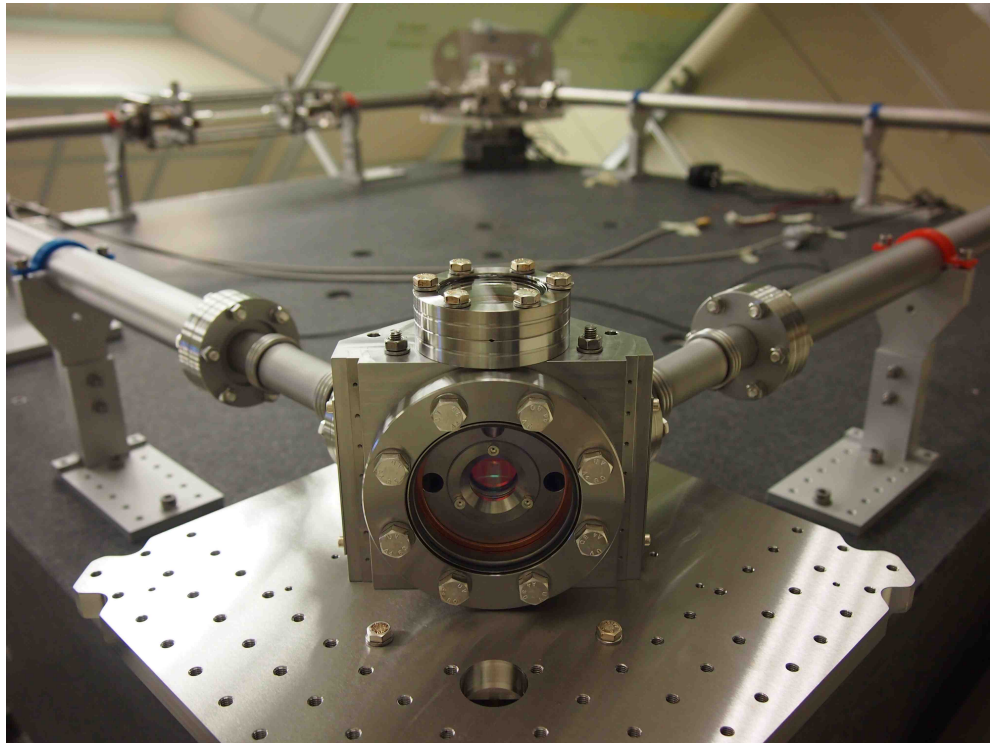


Figura 2.9: Particolare di una torretta in cui si nota il piano d' acciaio per il posizionamento delle ottiche e la finestra ottica al cui interno si intravede il porta specchi

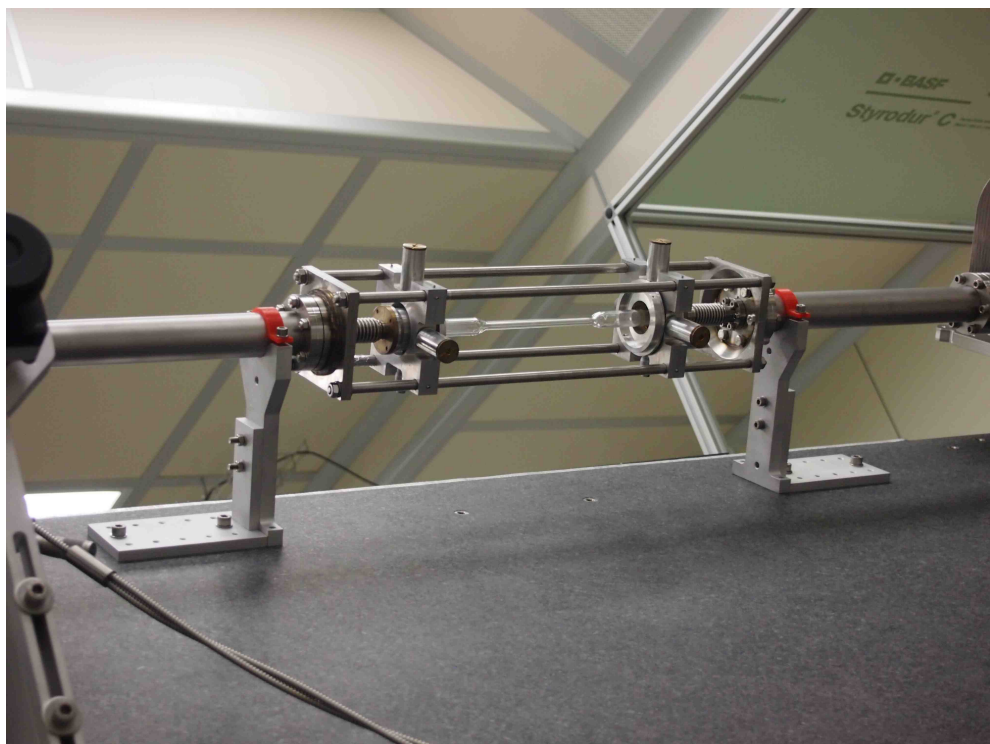


Figura 2.10: Il capillare e il sistema di supporto

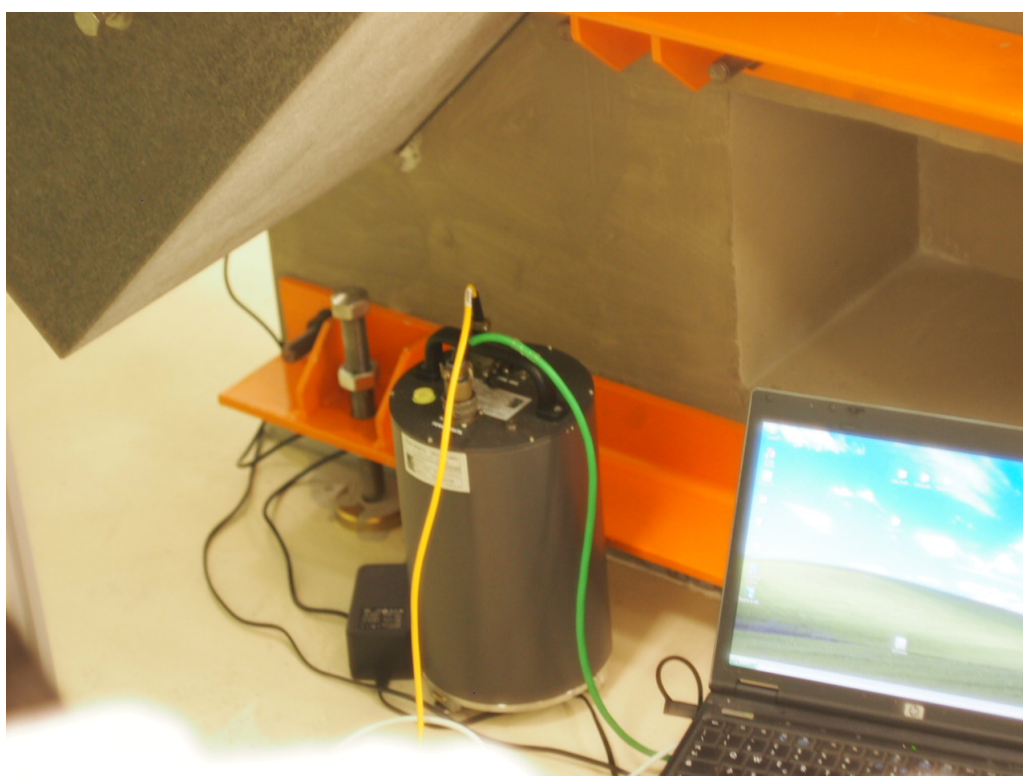


Figura 2.11: Il sismometro

Capitolo 3

Analisi dei dati e applicazione del modello

3.1 Metodi per correggere i dati simulati

In base ai risultati del capitolo primo possiamo chiederci come intervenire per correggere il dato sperimentale che sappiamo essere affetto dal contributo del back scattering tramite il già studiato frequency pulling. Un metodo diretto è stato già delineato tramite la 1.23, un' altro metodo potrebbe essere quello di applicare un filtraggio passa basso sulla frequenza istantanea ovviamente assumendo che il segnale di interesse giaccia in una regione dello spettro diversa da quella individuata dai fenomeni di pulling. Un altro metodo indicato in [10] è quello di rivelare nell' interferogramma gli attraversamenti da zero del segnale. Ad ogni passaggio per zero la fase cresce di π e si accumula ottenendo una stima della fase che chiamiamo ψ_{zc} , derivando quest' ultima otteniamo una stima molto semplificata della frequenza istantanea, i limiti di questo metodo li vedremo nel confronto con gli altri due appena citati, applicandoli al caso simulato in fig. 3.1

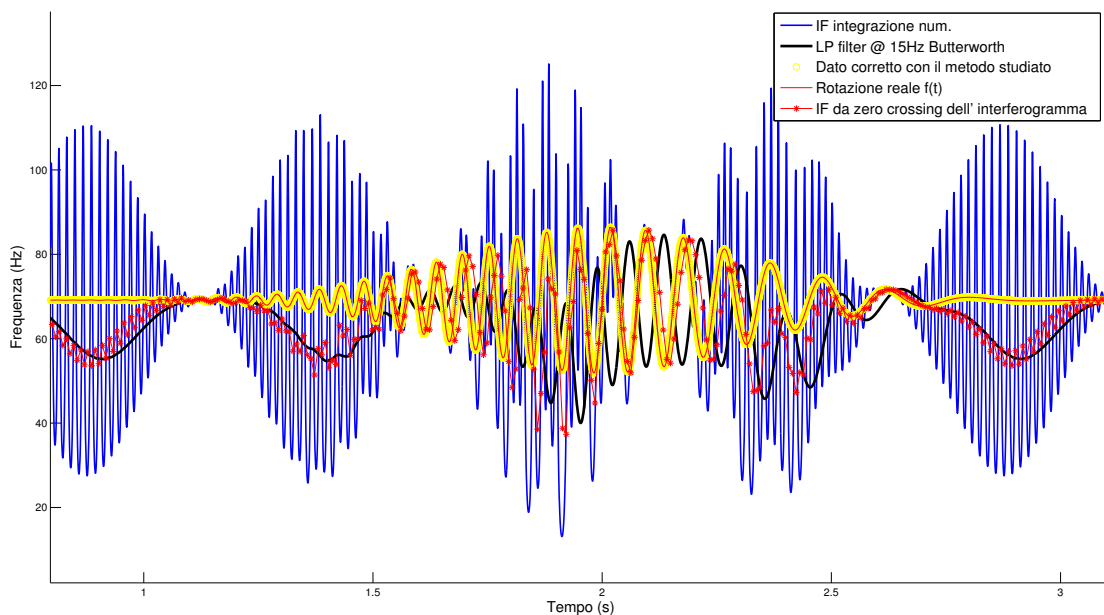


Figura 3.1: Lato ring di 0.7 m,i confronti tra IF numerica e metodi di recupero della $f(t)$ applicati sono descritti in legenda

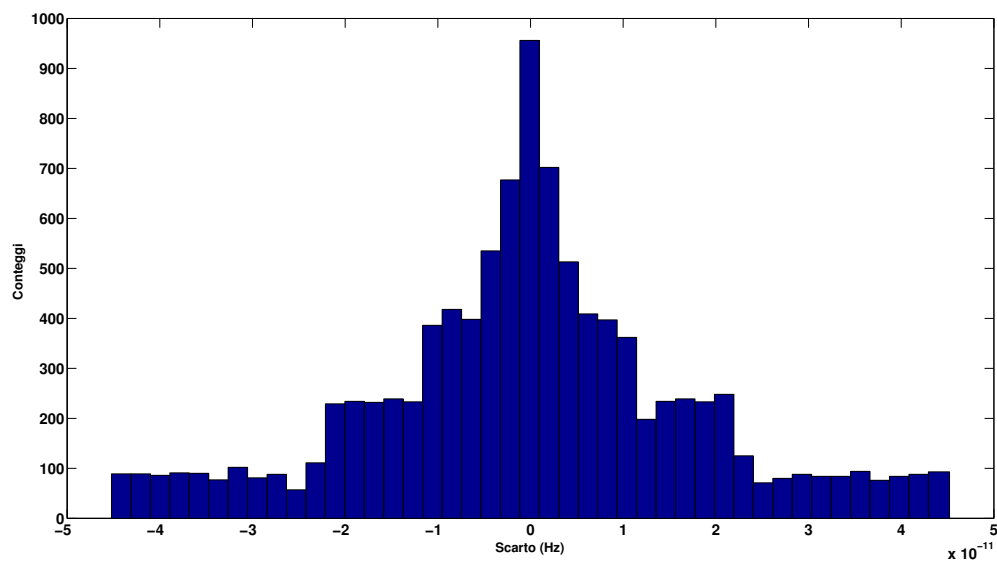


Figura 3.2: Distribuzione degli scarti fra f ricostruita e f iniziale

Nella fig. 3.1 possiamo vedere il confronto fra

- $f(t)$ segnale di rotazione reale
- Frequenza istantanea (IF), ovvero risposta del ring laser al segnale del punto precedente

- Metodo di inversione descritto nel capitolo primo
- Filtraggio passa basso della IF con un filtro Butterworth del 3° ordine
- Stima della IF data dalla tecnica di zero crossing

Si nota subito che la ricostruzione della $f(t)$ è esatta a meno dell' errore quantificabile tramite il plot degli scarti distribuiti rappresentato in fig. 3.2 Il filtraggio introduce distorsione sia di ampiezza che di fase e sottostima il valore del bias terrestre, lo zero crossing non sembra fare molto meglio. Confidiamo quindi che il metodo da noi proposto sia il più efficace nel correggere gli effetti del back scattering senza perdere informazione.

3.2 Applicazione ai segnali reali

La procedura generale per l' analisi dei dati di un giroscopio laser può essere schematizzata come segue, tra parentesi le operazioni

- Filtraggio del segnale di battimento (Detrend, rimozione della media, eventuale filtraggio a fase lineare passa basso con frequenza di taglio a $3f_{pulling}$
- Recupero della fase ψ dall' interferogramma processato come sopra (Segnale analitico, Arcocoseno)
- Calcolo della frequenza istantanea definita come $\frac{1}{2\pi} \frac{d\psi}{dt}$ (Eventuale filtraggio passa basso)
- Applicazione della correzione ai dati reali

Un segnale di interferogramma tipico è riportato in fig. 3.3 questo dato rappresenta in prima approssimazione, il coseno della fase relativa fra i due fasci contropropaganti, la procedura di recupero della fase è la seguente. Si rimuovono gli eventuali trend lineari e la media del dato (la parte continua dell' intensità rilevata dal fotodiodo). Vengono ricercati gli zeri, i massimi e i minimi del segnale, come viene mostrato in fig. 3.3 Lasciando fissi gli zeri si normalizza semionda per semionda, tale procedura sebbene semplice e sensibile al rumore è si è dimostrata essere valida sui dati simulati, si è ritenuto quindi interessante applicarla anche ai dati reali. Va detto che questo metodo funziona bene nell' approssimazione di rapporto segnale rumore infinito, questo problema nel nostro caso per fortuna è limitato dal fatto che il segnale di interferogramma è molto poco rumoroso. Dopo aver ottenuto una forma d' onda limitata tra -1 e 1 si applica la funzione inversa che fornisce il valore della fase “arrotondata” come mostrato in figura

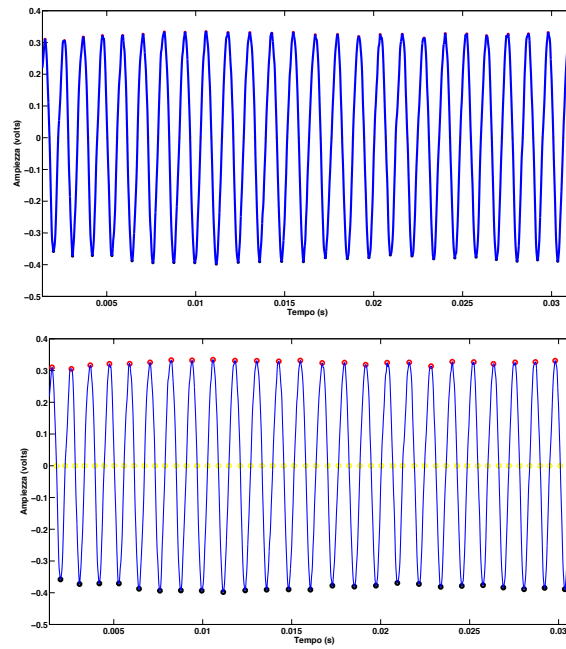


Figura 3.3: Un frammento di interferogramma, sopra il dato grezzo e sotto rappresentazione dei picchi e degli zeri trovati

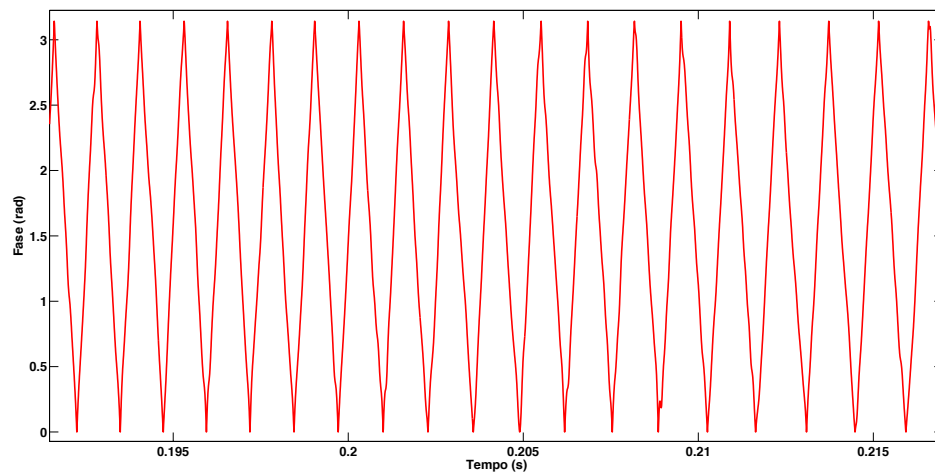


Figura 3.4: La fase arrotondata dopo l'applicazione del $\cos \psi$

un'ulteriore procedura di cosiddetto "srotolamento" restituisce la fase accumulata con il relativo trend come mostrato in fig. 3.5

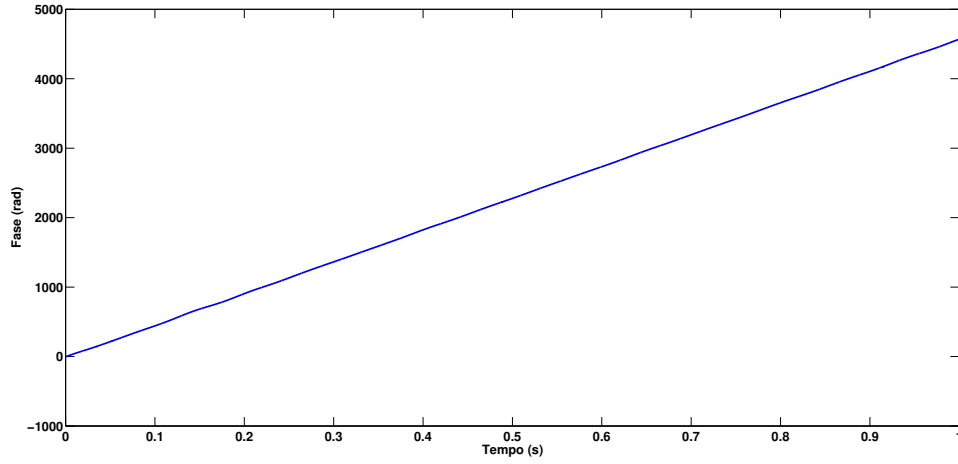


Figura 3.5: La fase ψ dopo il procedimento di “srotolamento”

Proviamo adesso ad applicare ai dati dell’ esempio precedente il metodo di correzione già ampiamente descritto, questi dati sono relativi a un precedente apparato strumentale chiamato G-pisa le cui caratteristiche sono riportate in [17]: in quel caso il contributo del backscattering era maggiore, essendo gli specchi di qualità inferiore e la cavità ottica più piccola (1.35 m di lato). Tale confronto sarà operato su due fronti, quello del recupero della fase tramite il segnale analitico e quello del recupero tramite l’ arcocoseno descritto sopra. Facendo variare due parametri cerchiamo di minimizzare il valore RMS della IF alla frequenza di pulling. I parametri sono il valore di l_{medio} su una porzione di dato di lunghezza ΔT e il valore di una eventuale fase costante tra il termine $\frac{1}{2\pi}\dot{\psi}(t)$ e $l(t)\sin(\psi(t))$. Tale procedura applicata in maniera sequenziale a porzioni di dato successive ΔT_i fornisce una sorta di stima viaggiante del valore del coefficiente di back scattering oltre a effettuare una correzione sul dato.

I risultati relativi al tentativo sono riportati in figura

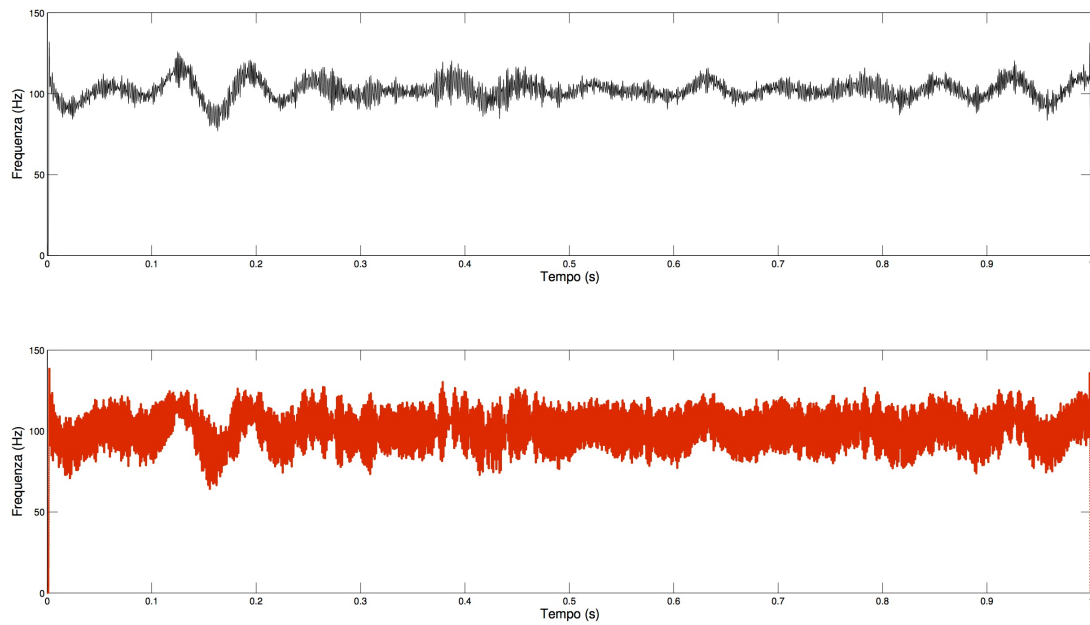


Figura 3.6: Applicazione della correzione alla frequenza istantanea ottenuta dall'Arcocoseno, in alto il dato corretto

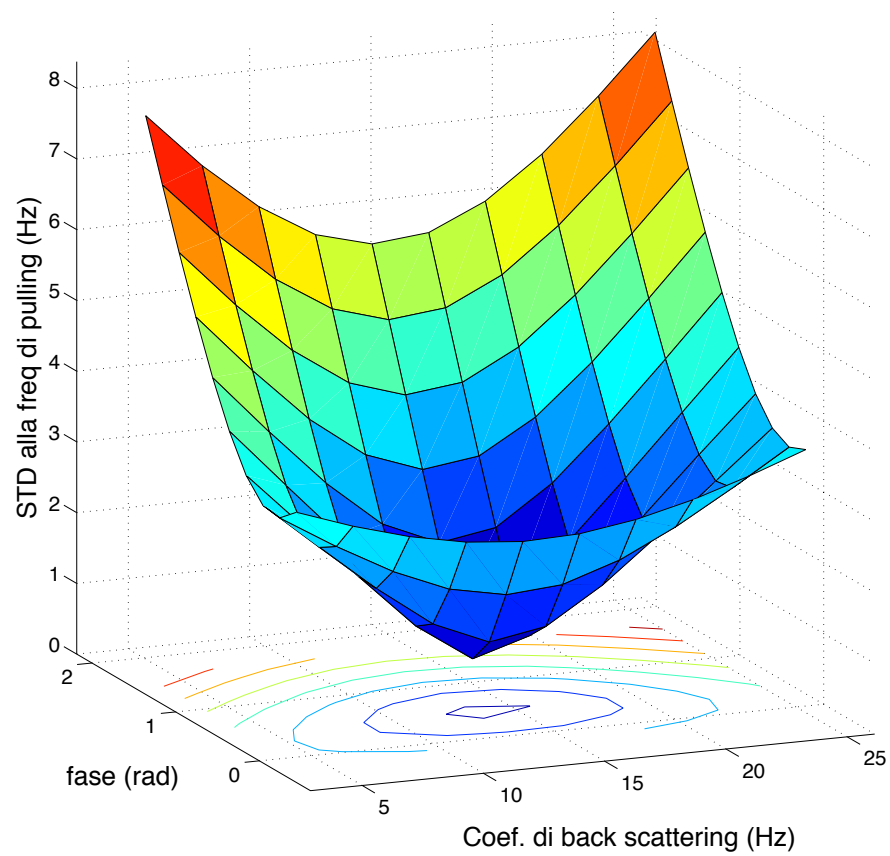


Figura 3.8: Ottimizzazione dei parametri del fit per IF da \cos^{-1}

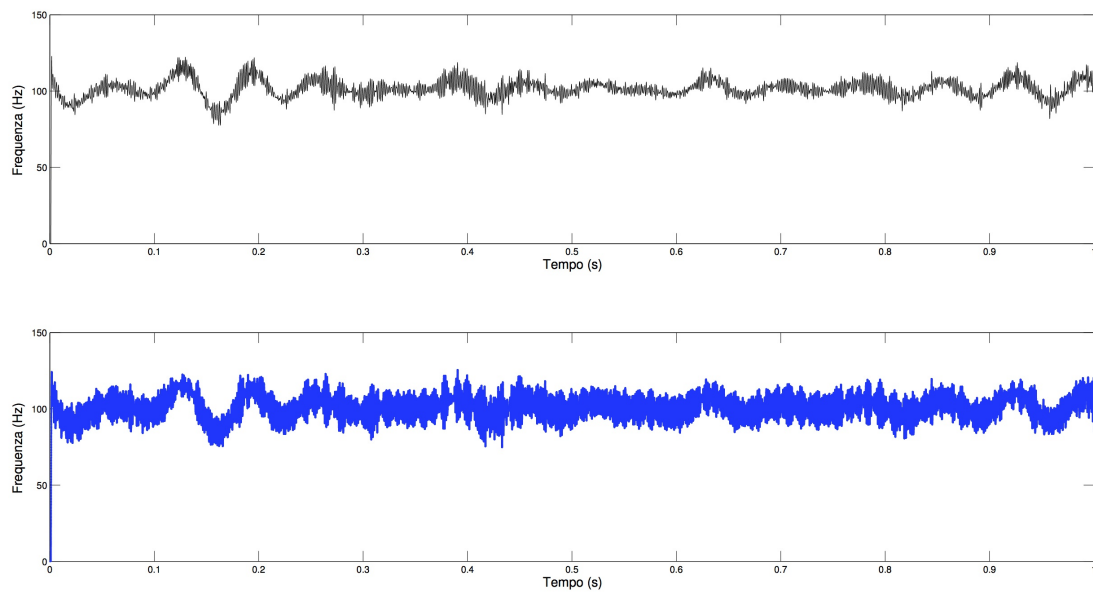


Figura 3.7: Applicazione della correzione alla frequenza istantanea ottenuta tramite recupero della fase dal segnale analitico, in alto il dato corretto

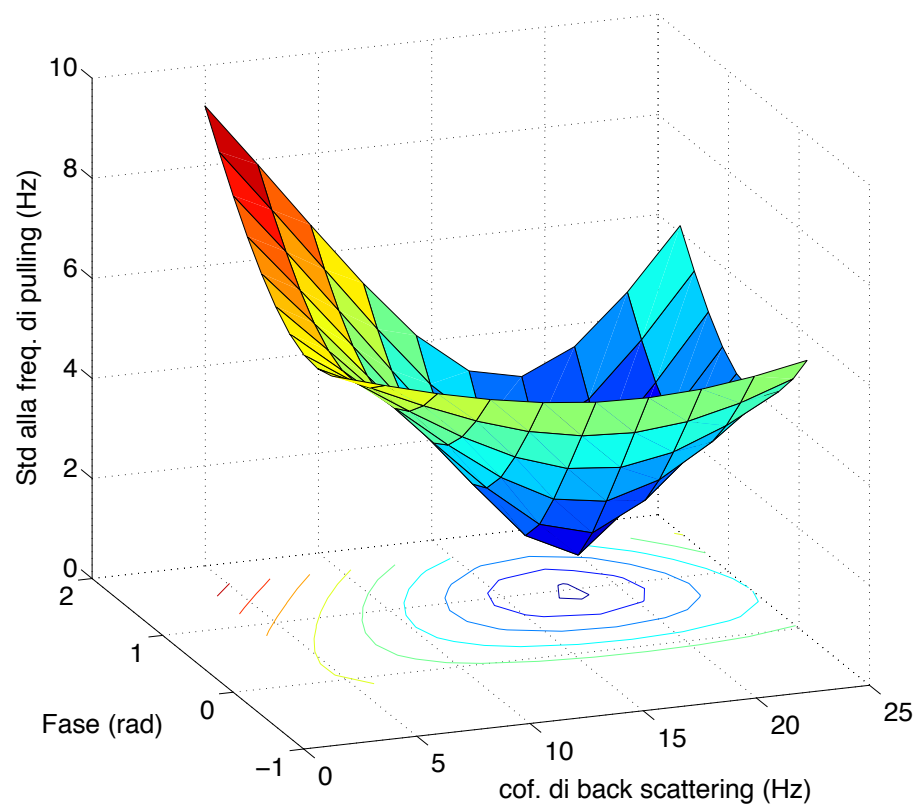


Figura 3.9: Ottimizzazione dei parametri del fit per IF da segnale analitico

Tabella 3.1: Riassunto dei risultati dell' applicazione del metodo di correzione

	$IF_{analitico}$	$IF_{arcocos}$
RMS @ pull. freq	6.8	4,4
RMS @ pull. freq con correzione	0.8	.74
Fattore guadagnato	8	6

possiamo concludere dicendo che laddove l' effetto dominante sul dato è la presenza del pulling dovuto al back scattering, abbiamo dimostrato prima teoricamente e poi sui dati reali che è possibile, se non eliminare, almeno renderne più piccola dei fattori riportati in tabella l' importanza, e come effetto secondari dare una stima puntuale del valore di $l(t)$ anche su tempi tipici dei fenomeni acustici.

3.3 Analisi di un segnali di rotazione sismica

3.3.1 L' evento sismico Mw 6.9 dell' Egeo

Il giorno 24/05/2014 11:25:01 ora italiana è stato registrato dal nostro apparato un telesisma la cui localizzazione geografica è stata fissata nel mare Egeo Coordinate 40.29°N , 25.4°E , si tratta di un evento di magnitudo stimata pari a 6.9 Profondità stimata di 10 km. Purtroppo a circa metà dell' evento sismico il laser è entrato in un regime in cui è insensibile alle rotazioni chiamato "split-mode" e a causa di ciò soltanto i dati fino al secondo 2100 a partire dall' ora nona UTC di quel giorno sono stati processati e confrontati con il sismometro. Il dato relativo all' interferogramma è stato processato seguendo la catena già elencata precedentemente in questo lavoro. In questo caso proponiamo l' analisi del sisma con tre metodi alternativi che sono documentati in [10] e che brevemente elenchiamo

- Filtraggio passa basso con frequenza di taglio a 5 Hz della frequenza istantanea
- Zero crossing detection applicato al segnale dell' interferogramma
- Demodulazione della portante relativa alla riga rotazionale dovuta alla rotazione terrestre con una tecnica PLL

Si noti come nonostante l' estrema semplicità, per il metodo di zero crossing, i cui limiti abbiamo già visto precedentemente, il risultato non sia affatto peggiore degli altri due metodi più sofisticati. In figura 3.12 troviamo l' analisi dei dati provenienti dal sismometro relativi alle tre componenti dell' accelerazione. I dati sono stati pre processati secondo la seguente procedura

- Rimozione del trend lineare
- Rimozione di una eventuale componente continua
- Filtraggio passa basso a 5Hz
- Riscalatura dell' ampiezza del dato grezzo di un fattore strumentale di $1.4010 \cdot 10^{-9}$ m/s/count per ottenere i valori di velocità in m/s
- Derivazione rispetto al tempo per il calcolo dell' accelerazione

Presentiamo prima il confronto tra le tracce temporali delle tre componenti del sismometro e della componente rotazionale del ring laser come in [?]. In seguito presentiamo l' analisi tempo frequenza dell' evento rivelato dal sismometro (3 componenti) e della componente rotazionale rivelata nel nostro setup. A proposito è opportuno chiarire che l' attuale installazione, pur rendendo massimo il segnale della

rotazione terrestre, non è ottimale per la verifica delle relazioni che legano accelerazione trasversale e longitudinale alle rotazioni indotte durante l'arrivo delle onde di Love e Rayleigh. In questa configurazione il giroscopio rivela una combinazione di entrambe le onde che non è di facile interpretazione.

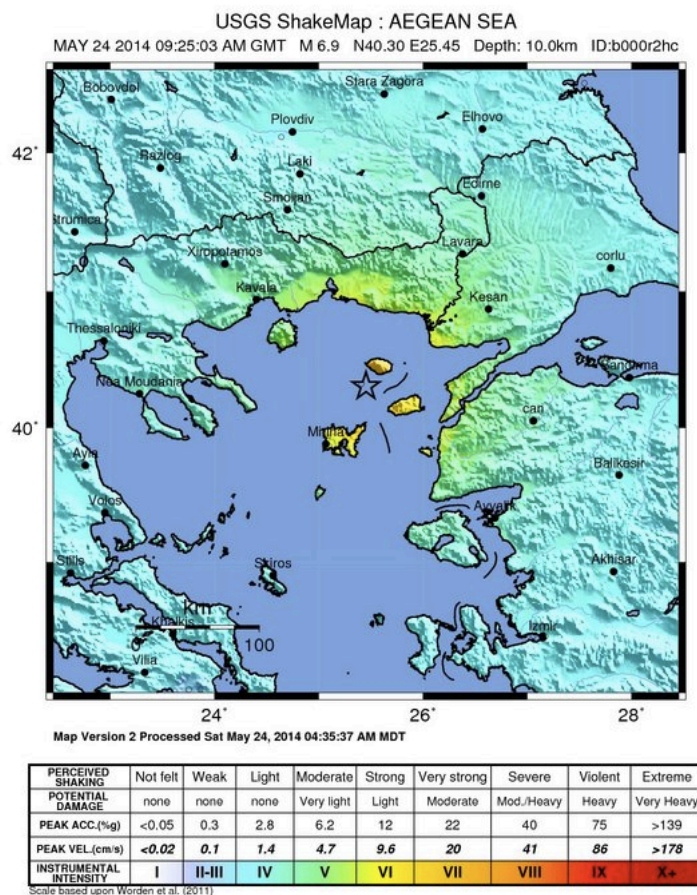


Figura 3.10: La localizzazione dell' evento e la mappa degli spostamenti (da USGS)

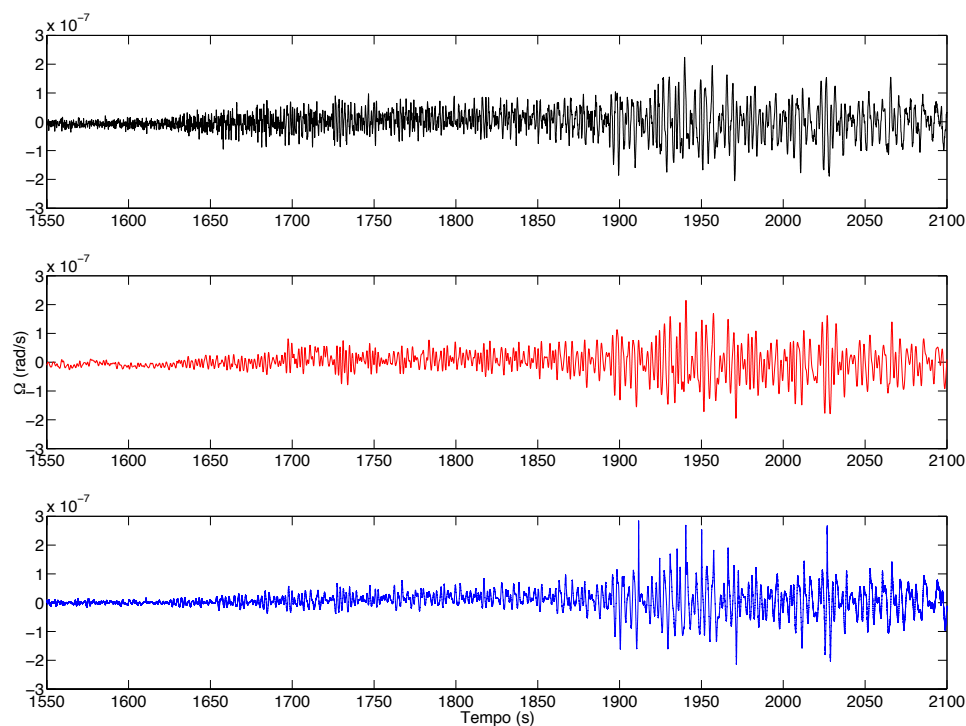


Figura 3.11: Componente rotazionale del sisma dell'Egeo analizzata con i tre distinti metodi

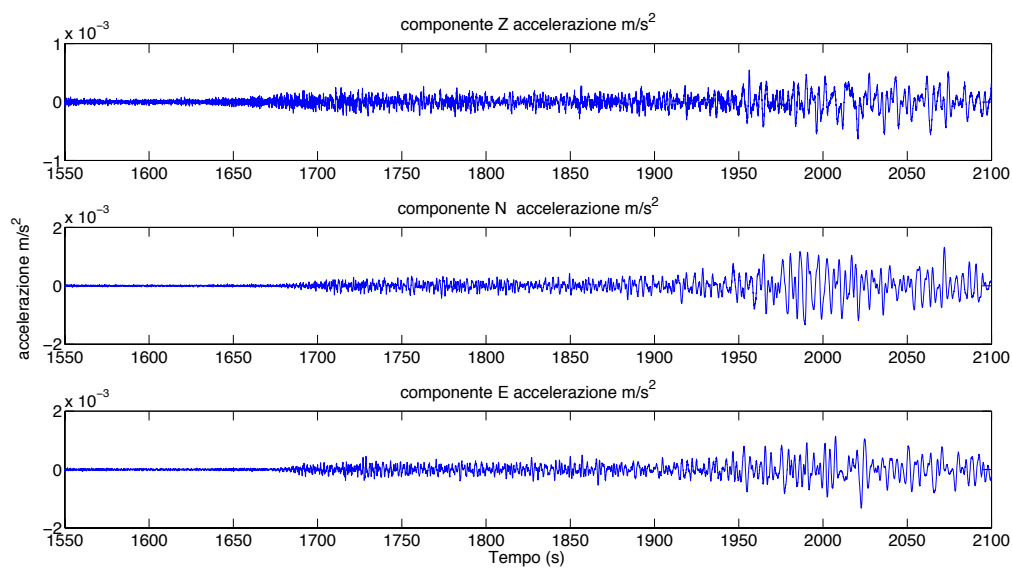


Figura 3.12: Le tre componenti di accelerazione del sisma dell'Egeo

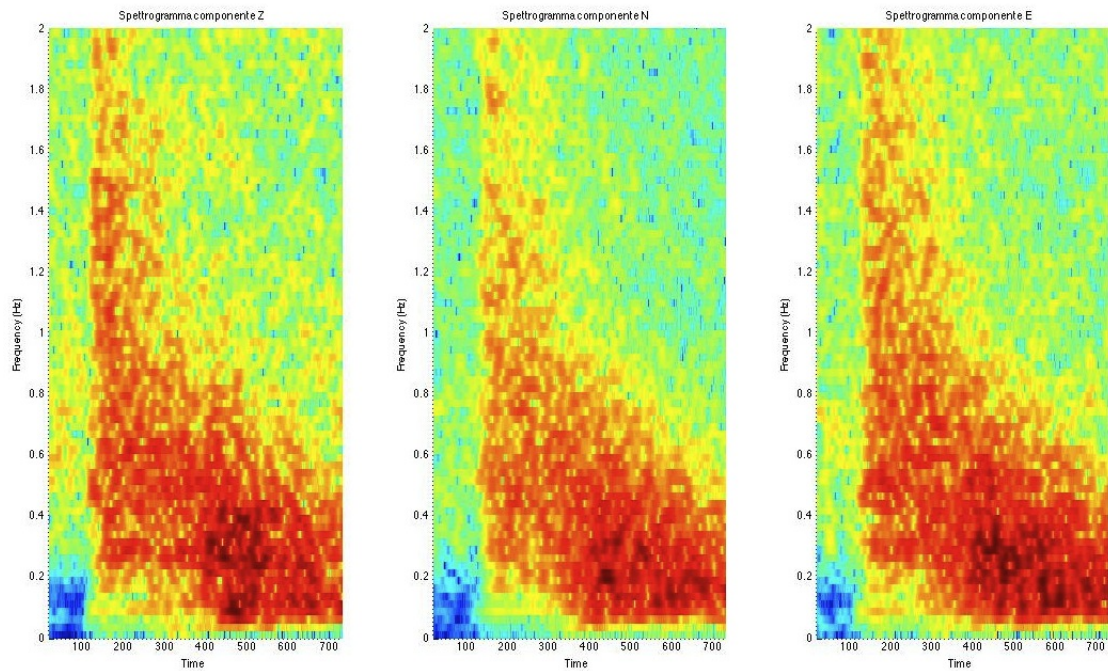


Figura 3.13: Analisi tempo-frequenza delle tre componenti di fig. 3.12

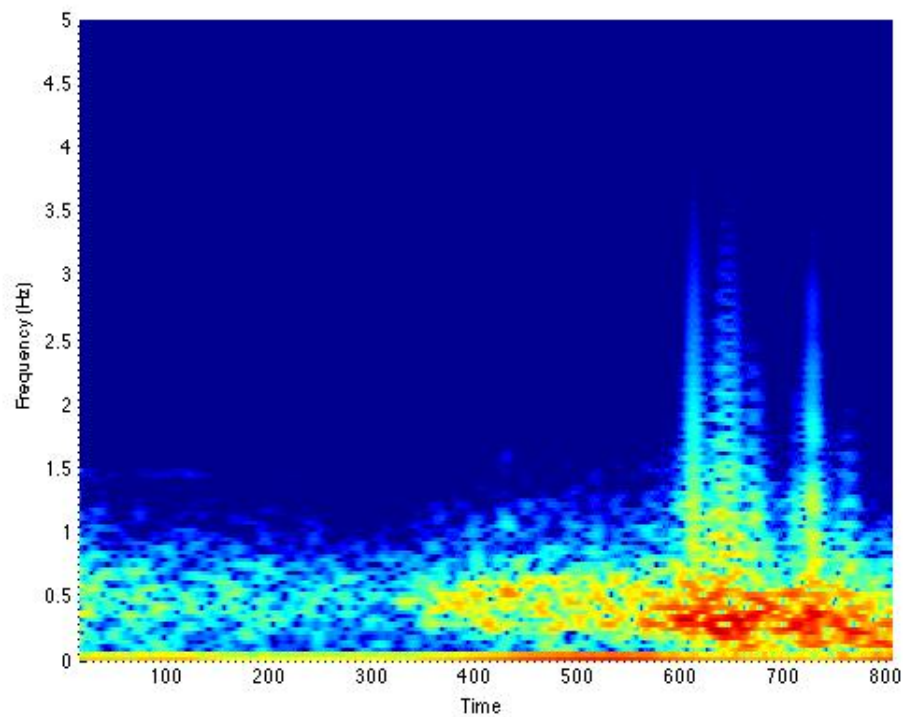


Figura 3.14: Analisi tempo frequenza della componente rotazionale del sisma dell' Egeo stimata col metodo della demodulazione della portante

3.3.2 L' analisi di correlazione

Abbiamo applicato il metodo della zero lag cross correlation (ZLCC) per effettuare un confronto tra la rotazione registrata e le componenti traslazioni dell' accelerazione. I dati sono stati filtrati passa banda con frequenza di taglio inferiore pari a 0.05 Hz e superiore di 2 Hz. Per ogni finestra temporale di dieci secondi con sovrapposizione del 50% è stato calcolato il coefficiente di correlazione a ritardo nullo. I risultati sono visibili nelle figure 3.15, 3.16, 3.17 in cui sono rappresentate nell' ordine la ZLCC tra componente rotazionale e accelerazione Nord-Sud, Est-Ovest e verticale. Prima dei primi arrivi al secondo 1670 a partire dalla nona ora del giorno UTC la ZLCC si attesta su valori compresi tra ± 0.3 indicando assenza di correlazione. La ZLCC più elevata si ottiene nella fig. 3.16 con un valore di 0.6 al secondo 1900 dall' inizio della nona ora UTC; Ciò può essere compatibile con l' orientazione del giroscopio e con l' angolo di provenienza del sisma che è di circa 100 gradi est. Nella nostra configurazione il giroscopio è sensibile a onde di Love che si propagano in qualsiasi direzione massimamente sensibile alle onde di Raleigh che viaggiano in direzione Est-Ovest. Nel caso del terremoto dell' Egeo la direzione stimata di arrivo è di circa 107 gradi Est, quindi quasi sul massimo della sensibilità per le onde Raleigh. Il contributo delle onde di Love non è facilmente distinguibile, va detto che i valori generali ottenuti di ZLCC sono bassi e non ci autorizzano a fare troppe considerazioni.

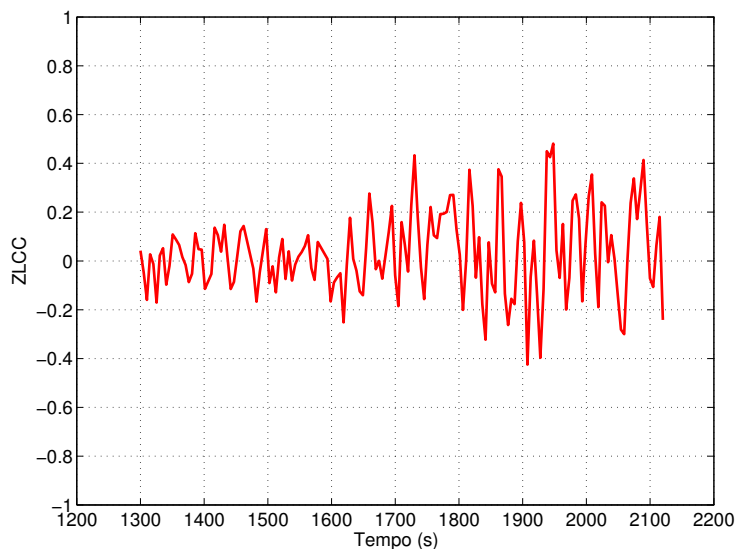


Figura 3.15: ZLCC tra componete rotazionale e accelerazione in direzione Nord

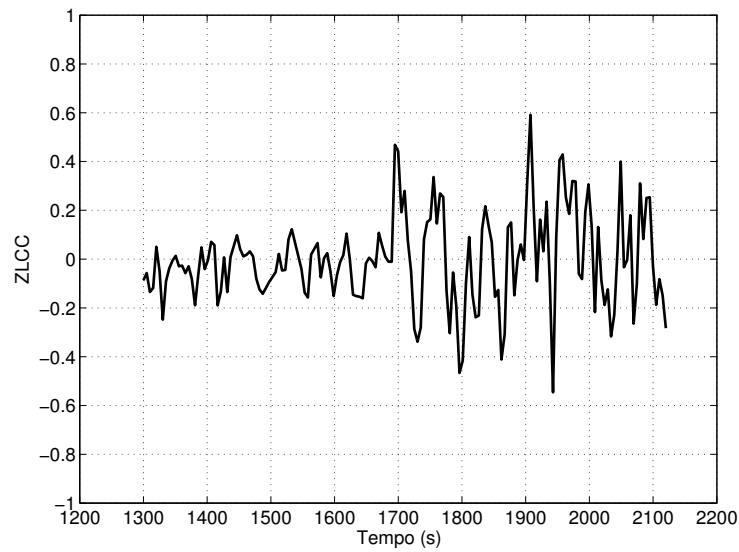


Figura 3.16: ZLCC tra componenti rotazionale e accelerazione in direzione Est

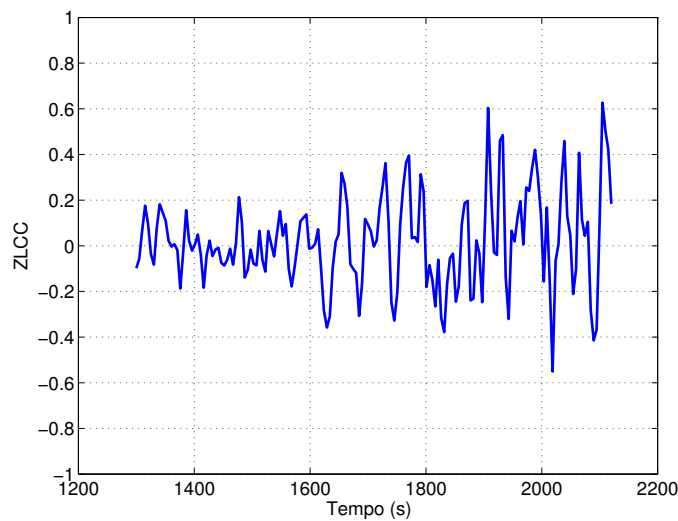


Figura 3.17: ZLCC tra componenti rotazionale e accelerazione in direzione verticale

3.3.3 L' evento sismico M7.9 Little Sitkin Island, Alaska del 23/6/2014

Il giorno 23/6/2014 il nostro apparato ha rivelato un secondo telesisma, la cui localizzazione geografica è stata fissata in prossimità dell' isola di Little Sitkin nell' arcipelago delle isole Aleutine. Le coordinate geografiche sono 51.797°N , 178.760°E , la profondità dell' ipocentro stimata è di 107.5 km. L' ora dell' evento riportata dall USGS è 20:53:09 UTC. Tale evento viene inquadrato, come meccanismo geologico,

nel quadro della subduzione della placca pacifica. La traccia temporale dell' evento fig. 3.19, come è evidente, è contaminata da altri tipi di rumori di origine non sismologica, che sono legati alla dinamica del laser. Si notano delle zone di assenza di dato precedute e terminate da spikes. Queste zone sono legate al fenomeno già visto dello split-mode che rende all' atto pratico il duty cycle utile per il nostro girolaser migliore del 90%. Il dato inoltre è contaminato da variazioni a bassissima frequenza del livello continuo, dovute a derive termiche della cavità che fanno variare il fattore geometrico e quindi la frequenza di Sagnac dovuta alla rotazione terrestre. Va detto che ad oggi l' apparato GP2 non sta acquisendo dati alle prestazioni di target poiché stiamo ancora installando altri dispositivi ottici e opto-meccanici che ne permettono una ulteriore stabilizzazione. In fig. 3.20 vediamo l' analisi Tempo-Frequenza del dato rotazionale. Purtroppo per questo sisma non siamo in grado di mostrare le componenti traslazionali poiché i dati sono ancora in fase di recupero.



Figura 3.18: La localizzazione geografica del sisma

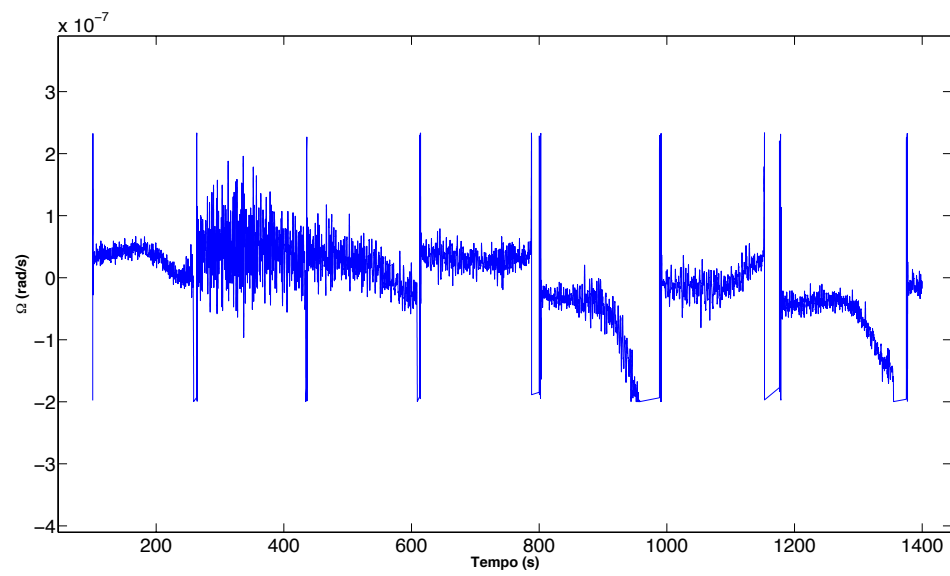


Figura 3.19: La componente rotazionale rivelata del sisma delle isole Aleutine

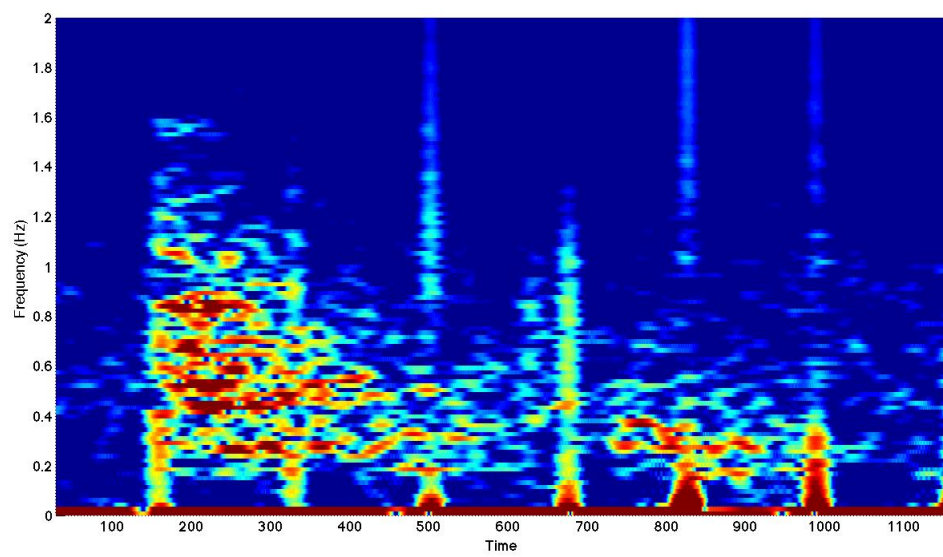


Figura 3.20: Analisi Tempo-Frequenza della componente rotazionale

Conclusioni

Il giroscopio laser inteso come sensore di rotazioni anche di interesse sismologico è stato modellizzato con un' equazione differenziale non lineare la cui soluzione ottenuta per mezzo di metodi numerici ha permesso di ricostruire la sistematica tipica di un giroscopio laser in vari regimi di funzionamento. I numerosi casi visti permettono quindi di capire come sia complessa l' analisi dei segnali provenienti da tale strumento. In particolare si è investigato il regime di funzionamento in cui un segnale di rotazione dipendente dal tempo sia di ampiezza tale da portare lo strumento vicino alla soglia di locking. Dipendentemente dall' entità delle sollecitazioni rotazionali, si può capire meglio quindi, grazie anche alla fenomenologia osservata, quali siano i metodi più opportuni per la correzione o il recupero dei segnali che hanno indotto la risposta modellizzata. In un modello preso con rapporto segnale rumore quasi infinito si è visto un metodo semplice e generale per il recupero del dato rotazionale, questo metodo di inversione ideale pone le basi per una possibile evoluzione che tenga conto eventualmente dell' importanza del rumore, che rimane comunque piccolo nei nostri dati. L' attività di tipo sperimentale è stata documentata e descritta nei limiti di dettaglio che si confà allo scopo di questo lavoro, ma senza tralasciare di mettere in evidenza come gli espedienti strumentali siano connessi con la qualità del dato dello strumento. Una descrizione quindi dell' apparato GP2 precede la successiva analisi dati. Il passo successivo è stato quello di applicare la correzione studiata e descritta a dati reali, mettendo in evidenza i successi del metodo e i limiti applicativi. in particolar modo è stato interessante poter registrare e processare i dati relativi ad due eventi telesismici e confrontarli con i dati di un sismometro triassiale.

Equazioni per un ring laser

Un trattazione completa di questo argomento è stata data nei seguenti lavori [21],[6],[7],[22]. Riportiamo nel seguito i punti fondamentali della teoria di un ring laser come presentati in [5] Indichiamo il fascio che si propaga in senso orario con il pedice + e quello che si propaga in senso antiorario con il pedice −. Il campo elettrico per ogni fascio in ogni punto z_{\pm} può essere scritto come

$$\hat{E}_{\pm} = E_{\pm} \exp(i\phi_{\pm}) \quad (\text{A.1})$$

cioè come due fasori di ampiezza complessa la cui fase può essere scritta come $\phi_{\pm} = \omega_{\pm}(t - z_{\pm}/c)$ dove ω_{\pm} sono le corrispondenti frequenze ottiche già descritte in 1.5 e z_{\pm} sono le lunghezze dei cammini ottici da un punto di riferimento L all' interno dell' anello. Prendiamo L_{\pm} come la lunghezza dei percorsi tali che $\omega_{\pm}L_{\pm} = 2\pi cN$, scriviamo dunque la frequenza di Sagnac derivante dalle non reciprocità nei cammini come

$$f = \frac{(\omega_{+} - \omega_{-})}{2\pi} \quad (\text{A.2})$$

In questa equazione entrano ovviamente le non reciprocità causate dalla rotazione meccanica del ring laser stesso, cioè, ciò che vogliamo misurare. La variazione rispetto al tempo dei campi complessi rappresentati come fasori può essere nella maniera più generale espressa come segue

$$\frac{d\tilde{E}_{\pm}}{dt} = (i\omega_{\pm} + \pi a - \beta E_{\pm}^2 - \xi E_{\mp}^2)\tilde{E}_{\pm} + R_{\mp}\tilde{E}_{\mp}e^{i\epsilon_{\mp}} \quad (\text{A.3})$$

descriviamo i vari contributi

1. $i\omega_{\pm}$ esprime la naturale dipendenza dal tempo delle fasi ϕ_{\pm}
2. α, β, γ rappresentano rispettivamente il coefficiente di pompaggio ottico, di saturazione e cross-saturazione i quali scalano per unità di tempo l' ampiezza dei fasori di un fattore pari a $\pi a - \beta E_{\pm}^2 - \xi E_{\mp}^2$.

3. Aggiungiamo il contributo di backscattering attraverso i coefficienti complessi $R_{\mp} = r_{\mp} \exp(i\epsilon_{\mp})$, ogni fascio è retro riflesso nell' altro ad un rate pari a $R_{\mp} \tilde{E}_{\mp}$

Prendiamo ora la parte reale e quella immaginaria della A.3, otteniamo:

$$\frac{1}{E_{\pm}} \frac{dE_{\pm}}{dt} = (\pi a - \beta E_{\pm}^2 - \xi E_{\mp}^2) + \rho_{\mp} \cos(\psi \mp \zeta) \quad (\text{A.4})$$

$$\frac{d\phi_{\pm}}{dt} = \omega_{\pm} \mp \rho_{\mp} \sin(\psi \mp \zeta) \quad (\text{A.5})$$

che rappresentano le equazioni differenziali per le ampiezze reali $E_{\pm}(t)$ e per le fasi $\phi_{\pm}(t)$ dei fasori. Abbiamo posto

$$\rho_{\pm} \equiv r_{\pm} \frac{E_{\pm}}{E_{\mp}} \quad (\text{A.6})$$

$$\zeta \equiv \frac{(\epsilon_{+} + \epsilon_{-})}{2} \quad (\text{A.7})$$

che rappresentano rispettivamente le ampiezze e le fasi del back scattering. La fase relativa fra i due fasci si scrive come

$$\psi \equiv \phi_{+} - \phi_{-} + \frac{(\epsilon_{+} + \epsilon_{-})}{2} \quad (\text{A.8})$$

L' equazione differenziale per la fase relativa si scrive invece come

$$\frac{d\psi}{dt} = 2\pi f - \rho_{-} \sin(\psi - \zeta) - \rho_{+} \sin(\psi + \zeta) \quad (\text{A.9})$$

Se supponiamo che $\rho_{+}(t) = \rho_{-}(t) \equiv \rho(t)$, assunzione di back scattering reciproco, la A.9 si semplifica in

$$\frac{1}{2\pi} \frac{d\psi}{dt} = f - l_{\zeta} \sin \psi \quad (\text{A.10})$$

con

$$l_{\zeta} \equiv \frac{\rho}{\pi} \cos \zeta \quad (\text{A.11})$$

. Quindi chiamiamo la A.10 equazione di Adler, che prende questo nome dal suo omonimo studioso il quale la applicò al caso dell' injection locking per oscillatori elettronici in [23] nel 1946 . Diciamo quindi che facciamo l' ipotesi di Adler per un Ring Laser quando consideriamo la dinamica della fase relativa fra i due fasci come indipendente dalle ampiezze dei campi.

Bibliografia

- [1] Igel, H., Schreiber U., Flaws A., Schuberth B., Velikoseltsev A., and Cochard A. 2005 “Rotational motions induced by the M 8.1 Tokachi-oki earthquake, September 25, 2003”, *Geophys Res Lett*, 32, p. L08309.
- [2] A. Pancha, T. H. Webb, G. E. Stedman, D. P. McLeod, and K. U. Schreiber, “Ring laser detection of rotations from teleseismic waves,” *Geophys. Res. Lett.* 27, 3553, doi:10.1029/2000GL011734 (2000).
- [3] Webb T. H., Stedman G. E., McLeod D. P., and Schreiber U. “Ring laser detection of rotations from teleseismic waves”, *Geophys Res Lett*, 27, 21, pp. 3553–3556.
- [4] G. Sagnac, *C. R. Acad. Sci.* 157, 708 (1913).
- [5] G. E. Stedman, Z. Li, C. H. Rowe, A. D. McGregor, and H. R. Bilger, “Harmonic analysis in a large ring laser with backscatter-induced pulling,” *Phys. Rev. A* 51, 4944 (1995).
- [6] F. Aronowitz, “The laser gyro,” in M. Ross, editor, *Laser Applications*, vol. 1, pp. 133–200 (Academic Press, New York, 1971).
- [7] F. Aronowitz, “Fundamentals of the ring laser gyro,” in *RTO AGAR- Dograph* 339 (1999).
- [8] G. E. Stedman, “Ring-laser tests of fundamental physics and geophysics,” *Reports on Progress in Physics* 60, 615 (1997).
- [9] A. Bambini and S. Stenholm, Theory of a dithered-ring-laser gyroscope: A Floquet-theory treatment *Phys. Rev. A* 31, 329 – Published 1 January 1985
- [10] G.E. Stedman, Z. Li, H.R. Bilger. Sideband analysis and seismic detection in a large ring laser. In *Appl. Opt.*, 34 (24): 5375–5385, 1995.

- [11] C. Etrich, Paul Mandel, R. Centeno Neelen, R. J. C. Spreeuw, and J. P. Woerdman Dynamics of a ring-laser gyroscope with backscattering Phys. Rev. A 46, 525 – Published 1 July 1992
- [12] D. Gabor, “Theory of communication,” Proc. IEE, vol. 93 (III), pp. 429-457, 1946.
- [13] Marple, S.L., Computing the discrete-time analytic signal via FFT, IEEE Transactions on Signal Processing, Vol. 47, No.9 (September 1999), pp.2600-2603.
- [14] B Boashash , Estimating and interpreting the instantaneous frequency of a signal. I. Fundamentals - Proceedings of the IEEE, 1992
- [15] B Boashash, Estimating and interpreting the instantaneous frequency of a signal. II. Algorithms and applications - Proceedings of the IEEE, 1992
- [16] E. Bedrosian, “A product theorem for Hilbert transforms,” Proc. IEEE, vol. 51, pp. 68M89, 1963.
- [17] Belfi, J., Beverini N., Carelli G., Di Virgilio A., Maccioni E., Saccorotti G., Stefani F., and Velikoseltsev A. 2012a “Horizontal rotation signals detected by G-Pisa ring laser for the Mw=9.0, March 2011, Japan earthquake”, J Seismol, doi: 10.1007/s10950-012-9276-9.
- [18] G Cristoforetti, M Tiberi, A Simonelli, P Marsili, F Giammanco Toward the optimization of double-pulse LIBS underwater: effects of experimental parameters on the reproducibility and dynamics of laser-induced cavitation bubble Applied optics 51 (7), B30-B41
- [19] M Tiberi, A Simonelli, G Cristoforetti, P Marsili, F Giammanco, E Giorgetti Effect of picosecond laser induced cavitation bubbles generated on Au targets in a nanoparticle production set-up Applied Physics A 110 (4), 857-861
- [20] McLeod, D. P., Stedman G. E., Webb T. H., and Schreiber U. 2009 “Comparison of standard and ring laser rotational seismograms”, Bull Seis- mol Soc Am, 88, 6, pp. 1495–1503.
- [21] F. Aronowitz, Phys. Rev. 139, A635 (1965).
- [22] L.N. Menegozzi and W.E. Lamb, Phys. Rev. A 8, 2013 (1971).
- [23] R. Adler, “A study of locking phenomena in oscillators,” Proc. IEEE 61, 1380 (1973), reprinted from Proc. IRE, 1946.